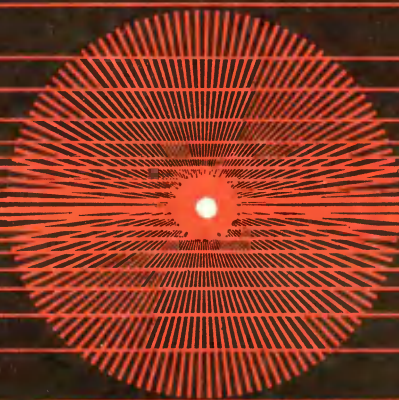


НОВОЕ
В ЖИЗНИ, НАУКЕ,
ТЕХНИКЕ

ЗНАНИЕ



11/1977

СЕРИЯ
ФИЗИКА

Я.А.Сморodinский
ТЕМПЕРАТУРА

НОВОЕ
В ЖИЗНИ, НАУКЕ,
ТЕХНИКЕ

Серия «Физика»
№ 11, 1977 г.
Издается ежемесячно с 1946 г.

Я. А. Смородинский,
доктор физико-математических наук

ТЕМПЕРАТУРА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЗНАНИЕ»

Москва 1977

Сморodinский Я. А.

С 51 Температура. М., «Знание», 1977.

64 с. (Новое в жизни, науке, технике. Серия «Физика», 11. Издается ежемесячно с 1946 г.)

В брошюре рассказано о разных областях физики, в которых используется понятие «температура», о том, как оно было введено в физику, как научились температуру измерять, как возникла термодинамика. Вторая часть брошюры посвящена нескольким примерам, где понятие температуры входит не вполне обычным образом: это реликтовое излучение, температура «черных дыр» и некоторые другие.

Брошюра рассчитана на широкий круг читателей.

20406

530.1

ГРАДУСЫ И ТЕМПЕРАТУРА

История о том, как научились измерять температуру, интересна и необычна. Термометры были придуманы за много лет до того как люди поняли, что именно они измеряют.

Измеряя углы на небе, длины на земле или время, люди хорошо знали, о чем идет речь. О температуре же этого сказать было нельзя. Температура связана с весьма неопределенным понятием теплоты и холода, которые располагались в сознании человека где-то рядом с запахом, вкусом. Но запах и вкус почти не измеряли (по крайней мере точно). Никто не спрашивал и никто не пытался определить, во сколько раз одно блюдо вкуснее другого или насколько запах сена отличается от запаха роз. Теплые и холодные тела, с другой стороны, всегда можно было расположить в один ряд и на ощупь установить, какое из двух тел теплее.

Другие противоположные «начала», входившие в арсенал древней физики — сухость и влажность, тяжесть и легкость, также получившие числовую меру, имели уже давно физическое объяснение. Относительно же показания термометра даже к концу прошлого века не было достигнуто согласие, к какому физическому свойству системы это показание относится.

Античные ученые и схоласты средневековья сопоставляли с теплом и холодом свойства притяжения и отталкивания. Ясно, что такое определение мало что могло объяснить.

Наверное, древние врачи были первыми, кому на самом деле понадобилась сравнительная шкала теплоты тела. Врачи очень давно заметили, что здоровье человека как-то связано с теплотой его тела и что лекарства способны изменить это качество, привнося с собой

теплоту или холод. Лекарствам приписывалось охлаждающее или согревающее действие, и степень этого действия определялась градусами. Однако холод и тепло не были противоположными качествами — тепло умерялось влажностью, а холод — сухостью. Великий врач древности Гален — он жил во II в. — учил, что лекарства следует классифицировать по «градусам»: градус тепла, градус холода, градус влажности, градус сухости. Градусов (ступеней по-латыни) было по четыре, и каждый градус еще разбивали на три части.

Лекарства смешивались между собой, и смеси имели разные градусы. Смесь по-латыни и называется температура (*temperatura*). Правда, у Галена не было численной связи между концентрациями смесей и их градусами. Для этого пытались создавать целые теории, но задача об определении градуса смеси по градусам компонент так и осталась нерешенной.

Таким образом, от древних врачей осталась (хоть и плохо определенная) 12-градусная шкала теплового действия лекарств.

Неопределенные «градусы» тепла нагретого тела определяли еще греки. Здесь обычно ссылаются на Герона Александрийского, который использовал для этого свойство воздуха расширяться при нагревании. Но настоящая история началась с Галилея.

ГАЛИЛЕЙ

Никто из современников Галилея не мог сравниться с ним в умении увидеть великие законы в простых явлениях. Все знают, как много он увидел, размышляя о падении тела на Землю. Но не так известно то, что он был одним из первых (если не первый), кто писал о механической природе тепла. Любопытен повод, который был использован Галилеем для таких высказываний.

Осенью 1618 г. над Римом появились две кометы. Небесные события всегда вселяли страх или надежду. Интерес к науке необычайно возрос. Люди требовали объяснений и прогнозов.

Линче Чезарини писал из Рима Галилею в декабре этого же года: «Даже ничем не интересующиеся люди встряхнулись и даже последние сопливцы и лентяи всего города вскакивают со своих постелей, так что вы

можете себе представить, какое возбуждение вызвало появление двух комет и какие глупые разговоры оно породило». Возникла большая дискуссия. Со стороны иезуитов выступил Орицио Грасси. Ученик Галилея Марко Гвидузи — председатель флорентийской академии выступил с опровержением. В обоих выступлениях много места заняли рассуждения об общих целях науки. Сам Галилей выступает с новой книгой, названной им «*El Saggiatore*» (весы для взвешивания золота), в которой он очень подробно изложил свои взгляды на природу физических явлений. Эту книгу считают шедевром итальянской прозы и она служит несравненным образцом полемической литературы.

В ней он говорит о нагревании твердых тел при трении и приводит другие примеры механической природы тепла. Однако он не знал, что механическим путем можно нагреть не только твердые тела, но и жидкость или даже газы, а поэтому он не смог пойти дальше туманных догадок. Кроме того, Галилей всегда старался найти количественную меру явления, но его термометры были слишком грубы для количественных опытов.

Термометры, которые делал Галилей (около 1597 г.), состояли из стеклянного шара, наполненного воздухом, который был заперт столбиком воды. Высота столбика зависела как от температуры, так и от атмосферного давления, и измерять им сколько-нибудь точно было невозможно.

Как ни был несовершенен такой термометр, но уже тогда с его помощью врач и анатом Сантормо из Падуанского университета начал измерять температуру человеческого тела. Для этого он сам, не зная про Галилея, построил похожий термометр. Искусство изготовления термометров необычайно развилось в Тоскане, где члены флорентийской академии впервые стали систематически измерять давление, влажность и температуру воздуха. Термометры были запаяны, их заполняли не водой, а спиртом, и ими можно было измерять даже тогда, когда вода замерзала. Флорентийские мастера были очень искусны. Они изготавливали стеклянные термометры, нанося на них деление расплавленной эмалью, так, что ими можно было измерять температуру с точностью, примерно, 1° (по нашей шкале). Но как это бывает, после них искусство изготовления термометров резко упало.

«Академия опыта» была учреждена во Флоренции в 1657 г. За двадцать лет до этого, в 1636 г., Каспар Энс опубликовал книгу «Математический чудотворец», в которой была глава «О термометре или Дребблевым инструменте, посредством которого исследуется градус тепла или холода, находящегося в воздухе». Энсово сочинение знаменательно тем, что в нем описана 8-градусная температурная шкала и в нем впервые появилось слово «термометр». Что же касается «Дребблева инструмента», то речь шла о термометрах, изготовленных соотечественником Галилея Корнелием Дребблом.

Нельзя пройти мимо работы Ньютона «О шкале степеней тепла и холода», опубликованной в 1701 г., в которой описана 12-градусная шкала, аналогичная шкале древних медиков. Ноль он поместил там же, где помещаем его сейчас и мы — в точке замерзания воды, а 12° отвечали температуре здорового человека.

Понадобилось еще немало времени, пока пришли к мысли о постоянных точках на шкале температур. Лишь в 1703 г. Гийом Амонтан описал в мемуарах Парижской академии новый термометр. В этом термометре измерялось не увеличение объема воздуха при нагревании, а изменение его давления, для чего воздух запирался столбиком ртути. В новом термометре Амонтан ввел постоянные точки отсчета — точку кипения воды (он не знал еще, что эта температура зависит от давления) и, как это не удивительно, выбрал в качестве нуля «ту значительную степень холода», при которой воздух теряет всю свою упругость. Свой «абсолютный нуль» он выбрал со значительной ошибкой, поместив его по современной шкале примерно на 240° ниже нуля, но все же это было немалое достижение. К концу своей деятельности Амонтан построил и полностью заполненный термометр, сделав его, наконец, совсем не зависящим от давления атмосферы.

Первый современный термометр был описан в 1724 г. Даниелем Фаренгейтом, стеклодувом из Голландии. Современников удивило, что спиртовые термометры, изготовленные Фаренгейтом, согласовывались между собой. Секрет Фаренгейта был просто в том, что он очень аккуратно наносил деления на шкалу, используя для этого две постоянные точки. Самую низкую температуру суровой зимы 1709 г. он имитировал смесью льда, поваренной соли и нашатыря. Вторую точку он

получал, погружая термометр в смесь льда и воды. Расстояние между двумя этими точками Фаренгейт разделил на 32 части, поделив каждый отрезок пять раз пополам. Свою шкалу он проверял, измеряя температуру собственного тела. Новую точку он обозначал 96° . Позднее он ввел еще и четвертую «опорную» точку — точку кипения воды. Она лежала при 212° . Такая шкала до сих пор в ходу в Англии и США.

Во Франции вошла в употребление шкала Реомюра (около 1740 г.), построенная на точках замерзания воды (0°) и ее кипения (80°). Реомюр из своих измерений вывел, что вода расширяется между этими двумя точками на 80 тысячных своего объема¹. Спирт был вскоре заменен ртутью (Демокон), коэффициент расширения которой меньше изменялся с температурой, чем у спирта.

Современная шкала Цельсия была предложена в 1742 г. Шведский физик почему-то счел нужным перевернуть старую шкалу и поместить ноль в точку кипения воды, а 100° — в точку ее замерзания. Но «перевернутая шкала» не приобрела популярности и была очень скоро «перевернута» обратно.

ЧТО ТАКОЕ ТЕПЛОТА

К началу XIX в. термометр стал совсем обычным прибором. Но о том, что измеряет термометр, единого мнения еще долго не было. Температура и тепло были так перепутаны в представлениях естествоиспытателя, что четко разделить эти два понятия стоило много сил.

И хотя в XIX в. физика далеко ушла вперед, тем не менее вплоть до конца века довольно известные ученые не могли смириться с идеей о тепловой энергии движения молекул и атома.

В 1893 г. французский физик Бриллюэн писал так: «Что касается меня, то я остаюсь при убеждении, что определение температуры тела, как количества энергии, потенциальной или кинетической, полной или частичной, одной обыкновенной материи представляется ошибочной. Температура, определяемая таким образом, будучи довольно просто связанной с термодинамическими

¹ Правильное значение 84/1000

свойствами газов, не имеет, по-видимому, никакой связи с условиями равновесия при излучении в пространстве, свободное от материи. В этом последнем случае неизбежное вмешательство эфира привело г. Буссинеска к совершенно иному определению температуры, — определению, которое очень мало известно, но кажется мне гораздо более удовлетворительным и плодотворным...»².

Интересно посмотреть, что это за определение температуры, которое так понравилось Бриллюэну.

В своей давным давно забытой всеми статье «Исследование принципов механики, молекулярного строения тел и новой теории совершенных газов», которая была напечатана в «*Journal de Lioville*» (т. 18, 1873, с. 337), Буссинеск так определил температуру: «Можно назвать абсолютной температурой небольшого объема эфира половину живой силы, которой он обладает при единице массы, или количество, пропорциональное ей». Сейчас нельзя даже вложить смысл в это определение: мы его привели только для того, чтобы напомнить, как всего за несколько лет до появления квантовой теории физики считали многообещающими безнадежные дороги, и чтобы подчеркнуть, как оказывались трудными для понимания вещи, которые нам сейчас представляются очевидными.

Развитие науки необычайно интересный и сложный процесс. Можно любоваться красотой избранного пути, только находясь в его конце; локальному наблюдателю наука представляется запутанным лабиринтом, где почти все проходы кончаются тупиками. Но уроки истории науки часто не идут впрок: новые исследователи столь же уверенно устремляются по неверным дорогам, но верный же путь могут найти те, кто может преодолеть консерватизм научного мышления, кто по молодости лет не усвоил устаревших критериев истины.

Сейчас мы не задумываемся о том, как трудно было поверить в движение атомов в жидкостях и твердых телах. Тот же Кельвин никак не мог поверить, что колебательные степени свободы молекулы участвуют на равных правах в тепловом движении, как и обычные поступательные степени свободы. Кельвин искренне верил в

² Цитата из русского издания книги «Популярные статьи и речи сэра Вильямса Томсона (лорда Кельвина)». Спб., 1895. Оригинал был опубликован во французском издании трудов Кельвина, вышедшем за 2 года до этого.

ошибочность принципа равномерного распределения энергии в тепловом равновесии. И дело было совсем не в том, что Кельвин не понимал физику. В классической физике он был мэтром. Но классическая физика требовала, чтобы у колеблющегося твердого шарика (а такой представляли себе молекулу) было бы бесконечное число степеней свободы. Но тогда и количество теплоты из шарика должно было по теореме о равномерном распределении быть бесконечным. Из этой ловушки физик, верящий в классическую физику, не мог найти выхода. Кельвин пытался показать, что тепловое движение не возбуждает колебательных степеней свободы, считая, что он «окончательно» доказал ошибочность кинетических идей Максвелла. Как мог знать Кельвин, что классическая физика в принципе не могла разрешить возникших парадоксов. Выход пришел только с квантовой гипотезой Планка.

ТЕПЛОТА И ХОЛОД

О том, что такое тепло, издавна существовали разные мнения. В 1620 г. Френсис Бэкон, систематизируя данные об источниках тепла и холода, собирал их в таблицы. В этих таблицах можно было найти молнии и зарницы, пламя и болотные огни. Здесь же ароматические травы, которые при внутреннем употреблении дают ощущение... тепла. Из всего этого Бэкон каким-то образом делает вывод, что теплота есть «расширяющееся движение...». В 1658 г. вышли в свет сочинения Пьетро Гассенда. По его мнению, тепло и холод — это разные материи. Атомы холода острые (они имеют форму тетраэдров), проникая в жидкость, они скрепляют ее.

Представление об атомах трудно проникало в физику. Более понятной казалась теория теплорода, приписывающая теплу свойство жидкости, перетекающей из одного тела в другое. Химики объясняли горение и окисление выделением теплорода. Теория теплорода завоевала широкое признание в последней четверти XVIII в. Один из естествоиспытателей того времени писал: «...свету приписали два свойства: способность светить и способность нагревать. Те, которые считали свет колебанием эфира, полагали, что и теплота состоит из подобных же колебаний и движений, производимых эфиром в частицах тела. Но в новейшее время теплоту отде-

лили от света и уже не считают непосредственным действием последнего».

Теория теплорода (мы бы говорили, модель теплорода) объясняла очень многое. Теория теплового двигателя, построенного Карно, была основана на модели теплорода. Однако эта модель не выдерживала испытания, когда дело касалось закона сохранения. Теплород в отличие от жидкости не сохранялся. При трении выделялось значительно больше тепла, чем это можно было обеспечить расходом теплорода.

Первым, кто обратил на это внимание, был Бенджамин Томсон (ставший впоследствии графом Румфордом). Томсон-Румфорд наблюдал за тем, как в Мюнхенском военном цейхгаузе сверлят стволы пушек. Раньше никто не удивлялся, почему нагревается ствол. Румфорд же задал себе этот вопрос и не нашел ответа. Единственное решение могло бы состоять в том, что в стружках содержится меньше теплорода, чем в сплошной отливке, и избыток его и выделяется при сверлении. Но тогда теплоемкость стружек должна быть меньше теплоемкости сплошного металла, что уже решительно противоречило опыту.

Но еще большая неприятность заключалась в том, что затупленные сверла порождали больше тепла, чем хорошо заточенные. Непонятным образом сверлением можно было добыть неограниченное количество тепла. Все это никак не укладывалось в простую модель перетекающего с места на место теплорода. Чаша весов склонялась к тому, чтобы связать природу теплоты с движением. К сожалению, точность опытов была в конце XVIII в. еще очень мала, и хотя Румфорда поддерживали Дэви и Юнг, которые также говорили о роли колебаний и вращений молекул в любых веществах, вся эта история мало кого поколебала.

Но теория остается бесплодной, пока гипотезы остаются словами и их смысл не переводится на язык цифр и формул. Связь энергии с теплотой была установлена в опыте Джемса Джоуля (1873 г.), установившего количественную связь между работой и теплом — 423 кГм/ккал.

Несколько раньше Джоуля эту же величину, но с меньшей точностью (365 кГм/ккал), вычислил Роберт Майер, используя для этого результаты опытов Гей-Люссака по расширению газов в пустоту.

Только после этого модель неуничтожающейся жидкости, теплорода, стала помехой для дальнейшего развития теории и быстро сошла со сцены. Была еще одна трудность, которую встретила модель теплорода. Если теплород — это род жидкости, которая совершает работу при перетекании от более высокого уровня (от более высокой температуры) к более низкому, то нельзя было понять, что происходит в неоднородном нагретом теле в процессе выравнивания температуры. Куда девается работа? Вообще процесс теплопроводности был плохо понятен. Различали три типа теплопроводности: внутреннюю, внешнюю и лучистую. Первые две связывали с волновым движением внутри тела, последнюю — с эфиром (вспомним определение температуры Буссинеска).

Передача тепла через вакуум долго считалась очень трудной задачей. Пытаясь описать распространение тепла по аналогии с механикой сплошных сред, физики не забывали и о другой возможности — об описании этих процессов на основе механики точки, основываясь на различных формах движения атомов. Физика в начале прошлого века четко разделялась на механику Ньютона и физику сплошных сред, созданную трудами Эйлера, Бернулли, Юнга, Френеля. Неудачи модели теплорода ускорили развитие кинетической теории тепла. Дальше всех здесь продвинулся Максвелл. Кинетическая теория тепла, созданная Максвеллом, позволила понять тепловые явления на основе классической механики. Однако первая формула новой теории тепла была получена задолго до Максвелла. Но как это бывает с «преждевременными» открытиями, ее мало кто заметил. Мы говорим о формуле Ватерстона, в которой температура одноатомного газа связывалась со средней кинетической энергией его молекул.

Но сначала вернемся к термометру.

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ШКАЛА

Развитие кинетической теории газов не сразу изменило положение с температурной шкалой.

Шкала Цельсия точно устанавливала положение двух точек — 0 и 100 градусов, расстояние между которыми на шкале было разбито на равные части. Но роль каждого деления оставалась неопределенной. Тер-

мометром можно было сравнить температуру разных тел, но нельзя было сравнить две части шкалы друг с другом. Надо было еще понять, чему соответствует тот факт, что градус на шкале термометра около нуля имеет ту же величину (тот же отрезок на шкале), что и градус вблизи, например, 50 градусов. Если бы теплоемкость вещества, которым наполнен термометр, не зависела от температуры, то ответ был бы прост: величина градуса была бы пропорциональна количеству тепла, подведенного к телу (при постоянном объеме!). Однако мы знаем, что теплоемкость только одного вещества удовлетворяет этому условию. Это вещество — идеальный одноатомный газ, на который похожи реальные газы, когда их плотность столь мала, что можно пренебрегать столкновениями между атомами. Для таких газов установлены законы Шарля и Гей-Люссака, которые объединены в уравнение состояния Клапейрона $pV = \nu RT$, где ν — число молей в единице объема газа. Так как уравнение Клапейрона универсально, справедливо для всех газов (при низких давлениях), то термометр, наполненный идеальным газом, был бы идеальным. Каждый градус по этому термометру был бы эквивалентен (в смысле количества тепла) любому другому градусу.

Но такой термометр построить нельзя, так как нет газа, который можно было бы считать идеальным в достаточно широком интервале температур. Все же остальные термометры определяют свои собственные шкалы. С другой стороны, ясно, что если температура есть физическая величина, то должен существовать способ ее определения, который не зависел бы от того, какой материал используется для устройства термометра. Такой опыт стал реальным после того, как возникла термодинамика. Придумал его Рудольф Клаузиус в 1848 г., основываясь на учении о тепле Сади Карно.

КАРНО

Когда говорят или пишут о теории квантов, то ее рождение датируют точно: докладом Планка 14 декабря 1900 г. Работу Планка заметили многие, хотя далеко не все оценили ее величие.

Теория тепла также имеет свой год рождения. В 1824 г. в Париже выходит книга 28-летнего инженера

Карно «Размышление о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу»³. Но эту великую книгу практически никто не заметил. Ни один из крупных ученых не откликнулся на ее публикацию, никто не обратил внимания на слова, которые были в ней сказаны: «...чтобы рассмотреть принцип получения движения из тепла во всей полноте, надо его изучить независимо от какого-либо агента; надо провести рассуждения, приложимые не только к паровым машинам, но и ко всем мыслимым тепловым машинам, каково бы ни было вещество, пущенное в дело, и каким бы образом на него ни производилось воздействие».

Программа, сформулированная в этих словах, была необычайно смелой. Может быть только открытие закона инерции сравнимо с тем, что открыл Карно. Однако объективные физические законы, не связанные со свойствами конкретного вещества или с видом уравнения состояния, не могли быть оценены современниками Карно — его открытие родилось слишком рано. Ждать оставалось еще 20 лет. Но Карно умер в 1836 г., так и не услышав никакого отклика. Естествоиспытатели XIX в. порой были поразительно глухими, когда речь шла о новых взглядах. Так, никто не отозвался на речь Римана «О гипотезах, лежащих в основании геометрии», никто не оценил гениального Хэвисайда, создавшего операционное исчисление.

Карно не ограничился одной декларацией, он доказал и первую теорему термодинамики, рассмотрев цикл работы идеального двигателя, который известен теперь в науке как цикл Карно. Идеальный обратимый цикл Карно можно сравнить по его роли с моделью идеального движения материальной точки по инерции. До Карно только механика могла (по нашему счету) считаться разделом теоретической физики. После Карно (и Клаузиуса) появился ее второй раздел — термодинамика⁴.

Карно понял, что максимальная эффективность тепловой машины зависит только от двух величин — температуры нагревателя и температуры холодильника. Ка-

³ Русский ее перевод появился в сборнике «Второе начало термодинамики». М., 1934.

⁴ Третьим разделом была электродинамика Максвелла, завершавшая классическое здание.

кими бы техническими ухищрениями мы ни пользовались, нельзя преодолеть этот предел. «Движущая сила тепла не зависит от агентов, взятых для ее развития; ее количество исключительно определяется температурами тел, между которыми в конечном счете производится перенос теплорода».

АБСОЛЮТНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

Идеи Карно были по достоинству оценены Вильямом Томсоном, когда ему было 24 года (в 1848 г.). Томсон заметил, что в теории Карно понятие температуры не связано ни с устройством термометров, ни со свойствами вещества. Теория Карно впервые перебрасывала мостик между температурой и механическими величинами.

Если посмотреть на всю физику XIX в., то в ней выделяются три идеи, которые определили и сделали неизбежным рождение новой физики на рубеже следующего века. Это идея поля Фарадея—Максвелла, идея превращения и сохранения энергии Майера и идея термодинамики Саади Карно. В разных степенях законченности родились эти идеи. Блеск математического аппарата Максвелла обусловил создание в высшей степени завершенной электродинамики. Почти без формул завоевала мир идея Роберта Майера. Карно доказал одну теорему, но его формула $Q_1/Q_2 = T_1/T_2$ (Q_1 и Q_2 — количества подведенного или отобранного тепла от нагревателя и холодильника, и T_1 и T_2 — их температуры) содержит больше информации, чем все тепловые измерения, вместе взятые.

Подобно тому как создатель волновой теории Френкель, пользуясь моделью эфира для вывода формул волновой оптики, получил законы, не зависящие от модели, так и Карно сумел извлечь из модели теплорода столь общие результаты, что их не могло поколебать все дальнейшее развитие физики. Термодинамика, возникшая из небольшой статьи Карно, и сейчас представляется необычайным созданием разума человека. После Карно, и это было одним из самых важных результатов его идеи, понятие температуры приобрело, наконец, точный смысл.

Сравним измерение температуры с измерением длины. Когда мы считаем километры, сидя в поезде, идущем

щем из Москвы в Одессу, то мы хорошо отдаем себе отчет, что разные километры имеют одинаковую длину; мы можем это даже проверить, считая, сколько секунд проходит поезд эти километры (правда, предполагая, что скорость поезда постоянная). Это очень важное свойство километров: их, так сказать, можно перетаскивать с места на место и сравнивать друг с другом. Между прочим, в кривом эйнштейновском мире это уже не так. Вблизи тяжелого тела геометрия меняется и, строго говоря, нельзя переносить твердый стержень — эталон длины, оставляя его неизменным. Сравнить расстояние в 1 км вблизи Солнца и вдали от него, операция не тривиальная — на поверхности Солнца метр на $1/230000$ длиннее, чем вблизи Земли. Но о таких эффектах мы сейчас забудем.

Перенос стержня кажется нам простой задачей, так как эта операция происходит в привычном для нас пространстве (которое к тому же мы считаем евклидовым). Труднее положение с измерением времени, но и здесь движение Земли вокруг Солнца дает нам масштаб, с помощью которого можно сравнивать длину года в разные века.

С температурой ничего похожего сделать было нельзя. Можно сравнить, какое из двух тел теплее, но нельзя «отнять» один градус от одного тела и нагреть на один градус другое. Степень нагревания зависит от теплоемкости, а она не только разная у разных тел, но и у одного и того же тела изменяется с нагреванием. Никаким эмпирическим способом мы не можем сравнить длину градуса в разных местах шкалы термометра.

Формула, связывающая градус с другими более простыми физическими величинами, конечно, была — она следовала из законов идеальных газов. Но (пользуясь более поздней формулой Клапейрона) утверждение, что отношение температур равно (при постоянном давлении) отношению давлений, основывалось на конкретной модели идеального газа. Формула Карно $Q_1/T_1 = Q_2/T_2$ или $T_1:T_2 = Q_1:Q_2$ определяла отношение температур двух тел через отношение вполне измеримых количеств тепла.

Правда, формула Карно была справедлива при условии, что цикл обратим, что в процессе работы системы не происходит никаких потерь на трение, излучение и в другие невозвратимые каналы. Но это ограничение за-

трудняет лишь практическую сторону дела — оно возникает и в законе сохранения энергии.

Температурную шкалу, основанную на цикле Карно, предложил Томсон.

Из формулы Карно видно, что сопоставить любому нагретому телу численное значение температуры можно так. Надо выбрать какое-то тело за эталон, приписать этому телу произвольно температуру в 1 градус, а потом устроить цикл, выбрав, например, эталонное тело за холодильник, а второе — за нагреватель, и измерить количества тепла Q_1 и Q_2 , которые будут участвовать в процессе передачи, или же просто измерить КПД $\eta = T/T_1 - 1$, так что $T/T_1 = 1 + \eta$.

Таким образом, размер градуса остался неопределенным; отношение температур оказалось измеримым способом, никак не зависящим (в принципе) от конкретных веществ, участвовавших в процессе.

Так, вместо шкалы с двумя произвольными точками, разделенными на произвольное число частей, в физике появилась шкала с отношением температур. Вопрос, во сколько раз температура кипения воды больше температуры ее замерзания, стал осмысленным вопросом.

Наверно, было бы разумно после открытия шкалы Томсона перейти от температуры T к ее логарифму $\ln T$. Тогда в формулы входили бы разности «температур», абсолютный нуль «отправился» бы на минус бесконечность. Но такой переход противоречил привычной «газовой» температуре. Поэтому «термодинамическую» шкалу, наоборот, «привязали» к «газовой». При этом оказалось неудобным опираться на старые температурные точки — точки кипения и замерзания воды. Эти точки, хотя и не очень сильно, зависят от давления и потому не годятся для эталонных.

Эталонной точкой выбирается сейчас так называемая тройная точка воды — температура, при которой сосуществуют в равновесии все три фазы воды: пар — вода — лед. При каждой температуре существует определенное давление паров воды. Если постепенно повышать температуры, то в тот момент, когда лед начнет плавиться, все три фазы будут находиться в равновесии. Этому состоянию отвечает температура $0,01^\circ\text{C}$. Точку $0,01^\circ\text{C}$, сравнительно легко воспроизводимую в лаборатории, и принимают за эталонную точку термодинамической шкалы, полагая ее температуру равной

точно 273,16 К. Обычный нуль, значит, лежит при температуре 273,15 К.

Термодинамическая шкала, как мы видим, определяет только отношение температур. Формулы термодинамики устроены так, что они не изменятся, если в них можно все температуры умножить на один и тот же произвольный множитель (если при этом еще разделить энтропию на тот же множитель).

Такое свойство инвариантности характерно для классической физики.

В классической физике нет естественных масштабов: численные значения всех величин задаются как отношение их к некоторым эталонам, сделанным человеком. Естественные эталоны — фундаментальные постоянные возникли лишь в современной физике.

Первая из них, скорость света, появилась, правда, много раньше, однако лишь в начале века выяснился ее фундаментальный характер — независимость от скорости наблюдателя и источника. Не удивительно, что и температура не имела своего естественного эталона. Он появился лишь тогда, когда возникла кинетическая теория материи. Это была постоянная Больцмана k . Станным образом сам Больцман не пользовался этой постоянной. Даже в своей знаменитой формуле для энтропии он не фиксировал значения постоянной, говоря лишь о пропорциональности энтропии логарифму вероятности.

Постоянную Больцмана k ввел Планк в своем докладе в 1898 г., в котором он впервые рассказал о естественной системе единиц, которая лежит в основе явлений природы. Но об этом мы скажем ниже.

После работы Томсона температура предстала в двух разных обликах. С одной стороны, это была формальная, но вполне строго определенная величина (с точностью до постоянного множителя). С другой — она входила в уравнения состояния идеального газа. Оставалось понять, почему произведение давления на объем пропорционально температуре? Решение лежало совсем рядом, но как трудно оказалось в те времена убедить ученый мир в том, что связь теплоты с движением не есть общее рассуждение, что можно превратить эти рассуждения в строгую количественную теорию. И здесь имеет смысл коротко рассказать об истории Ватерстона.

В 1845 г. в английскую академию наук (ее называют Королевским обществом) была представлена работа Ватерстона. В ней было показано, что давление газа на стенки сосуда можно объяснить ударами атомов.

Хотя сама идея о том, что газ состоит из атомов, была не нова, мало кто принимал всерьез утверждения, что атомы могут свободно летать от стенки к стенке сосуда, а упругие свойства газа можно свести просто к классической механике атомов. Работа Ватерстона очень не понравилась членам ученого общества и была ими отклонена. Лишь много лет спустя ее нашел в архиве Рэлей⁵ и опубликовал в 1892 г. в журнале «Философские сообщения Королевского общества», который выходит и в наши дни.

Рэлей, между прочим, заметил, что Ватерстон поступил непредусмотрительно, не рассказав в начале статьи о своих предшественниках. Между тем еще Д. Бернулли в 1727 г. писал о связи давления газа с квадратом скорости движения его частиц. Если бы Ватерстон упомянул своего великого предшественника, то, как писал Рэлей, у рецензента Королевского общества не хватило бы смелости объявить работу «бессмысленной, непригодной даже для чтения перед обществом».

Этот печальный эпизод дорого стоил физике. То, что было сделано одним человеком и осталось незамеченным, было открыто впоследствии лишь в результате работы нескольких человек, а окончательная формула была написана Максвеллом только в 1859 г.

История эта поучительна. Сколько труда было потрачено на то, чтобы получить очень простую, на наш взгляд, формулу, которая связывает давление газа и среднее арифметическое квадратов скоростей его молекул:

$$p = \frac{1}{3} n m v^2. \quad (1)$$

Здесь p — давление газа, n — количество молекул в 1 см^3 , m — масса молекулы, v^2 — среднее арифметическое квадратов скоростей молекул.

⁵ Рэлей (1842—1919 гг.) — английский физик, один из создателей теории колебаний и, в частности, теории звука.

Приведенная формула показывает, что давление газа прямо пропорционально числу молекул в единице объема, а значит, обратно пропорционально объему газа: $p \sim 1/V$. Это закон Бойля—Мариотта. Но закон Бойля—Мариотта описывает поведение идеального газа. Значит, и формула, которую мы написали, справедлива для идеального газа.

Что же такое идеальный газ с точки зрения атомной теории? Иногда говорят, что это газ, состоящий из атомов, размерами которых можно пренебречь, т. е. считают, что идеальный газ состоит из материальных точек. Но так говорить опасно. Точки не имеют размеров и, следовательно, не сталкиваются друг с другом. А если молекулы не сталкиваются друг с другом, то их скорость не будет меняться со временем (разве только при столкновении со стенками). Предположим, что какой-то сосуд наполнили газом. Если, например, газ был пущен туда в виде струи, то большая часть молекул газа летела бы в одном направлении. Мы можем также предположить, что сосуд заполнялся так, что в него бросали молекулу за молекулой. Если бы молекулы не сталкивались друг с другом и при ударе о стенки отражались от них, как от зеркала, то они так бы и двигались, не меняя абсолютной величины той скорости, с которой попали в сосуд.

В действительности же все происходит иначе. Молекул в сосуде очень много, они часто сталкиваются друг с другом, каждый раз меняя свою скорость. Поэтому очень скоро (и чем больше молекул, тем быстрее) скорости у разных молекул станут самыми различными, и в сосуде установится то, что физики называют «тепловым равновесием»: давление и температура во всех местах внутри сосуда будут одинаковыми⁶. В состоянии такого «теплового равновесия» во всех частях сосуда установится одно и то же «распределение скоростей». Это значит, например, что доля молекул, имеющих скорость 100 м/с, будет во всех местах одинаковой.

Это очень важный факт, который трудно доказать

⁶ Мы, конечно, считаем, что стенки сосуда имеют все время одну и ту же температуру, и сосуд достаточно мал, чтобы можно было не считаться с изменением силы тяжести с высотой.

строго. Но опыт подтверждает, что, несмотря на то что в сосуде с газом все время происходят столкновения беспорядочно движущихся молекул, приборы показывают неизменное давление и температуру.

Самое поразительное, что такое «состояние теплового равновесия» совершенно не зависит от того, как именно сталкиваются молекулы. Если они сталкиваются редко, то равновесие будет устанавливаться медленно, если столкновения частые, равновесие установится быстро. В газе установление равновесия происходит настолько быстро, что в большинстве практически важных случаев мы можем не интересоваться, как именно равновесие устанавливается. Важно, что столкновения происходят, и равновесие наступает.

Здесь пренебрегать размерами молекул и их столкновениями нельзя.

Зато после того, как в сосуде установилось состояние теплового равновесия, столкновения уже ничего не меняют, и то, происходят они или нет, уже не может оказать заметного влияния на давление и температуру газа. Именно поэтому можно считать, что в состоянии теплового равновесия молекулы не имеют размеров и вовсе не сталкиваются.

Такая модель молекул — материальных точек, не сталкивающихся между собой, и принимается обычно за модель идеального газа.

Когда же газ идеальный? Данное выше определение идеального газа хорошо для теории. Надо еще знать, какой газ в действительности (на опыте) ведет себя как идеальный. Для проверки можно воспользоваться уравнением состояния идеального газа — уравнением Клапейрона.

СТОЛКНОВЕНИЯ МОЛЕКУЛ СО СТЕНКОЙ

Когда молекула сталкивается со стенкой и отскакивает от нее, стенка получает некоторый импульс. Предположим сначала, что молекула отражается от стенки упругим образом. Пусть ось Oz направлена перпендикулярно стенке, оси Ox и Oy расположены как-то в плоскости стенки. Разложим скорость молекулы на составляющие по трем осям. При упругом ударе угол падения равен углу отражения, поэтому компоненты скорости v_x и v_y не изменяются. Компонента же v_z при

упругом ударе меняет знак. Таким образом, легко подсчитать, что молекула изменит свой импульс (количество движения) на величину $2mv_z$, где v_z — величина скорости молекулы.

Задача, как видите, несложная и Ватерстон ее решил верно. Следующий, кто занялся этой задачей (и опубликовал свою работу в 1856 г.), был А. Крениг. Он неверно подсчитал, что молекула при ударе передает стенке весь свой импульс, и получил результат вдвое меньше.

Можно, однако, подумать, что в выводе сделано одно очень существенное упрощение: удар считался упругим. В действительности же это предположение, как ни удивительно, несущественно. Молекула может отразиться как угодно, но результат от этого не меняется. Предположение об упругом характере удара не изменяет результат, зато делает вывод очень простым.

Такое замечательное свойство — независимость результата от закона отражения — является следствием теплового равновесия между газом и стенками сосуда, которые поддерживаются при постоянной температуре. Опять (как и при столкновениях молекул) от того, каким именно образом отражаются молекулы от стенки, окончательный результат — тепловое равновесие — не изменяется.

Можно проиллюстрировать это важное свойство равновесия одним примером. Предположим, что в сосуде с газом поставлена легкая подвижная перегородка, которая разделяет газ на две части так, что плотность газа и его температура в обеих частях сосуда одинаковы. Предположим, что одна сторона перегородки полированная, а другая сильно шероховатая, так что законы отражения молекул от перегородки с обеих сторон заведомо различны. Если давления на перегородку с разных сторон оказались бы тоже различными, она сдвинулась бы, чтобы выровнять давление. Оказалось бы, что в равновесии плотности газа с разных сторон от перегородки различаются, хотя давления и температуры в обеих частях сосуда одинаковы. Но этот вывод находится в противоречии с уравнением Клапейрона. Значит, давление не может зависеть от закона отражения молекул газа от стенок. Вот к каким общим заключениям приводит простая формула Клапейрона.

Так как сила, действующая на стенку, равна передаваемому ей импульсу, деленному на время удара, то фактически мы получили формулу, которая показывает, действие какой силы испытывает стенка от удара молекулы. Но чтобы высчитать эту силу, надо знать скорость молекулы. У разных молекул, конечно, скорости разные. Чтобы пойти дальше и вычислить давление газа, надо сделать какие-то предположения о том, какие скорости у молекул. А. Кренинг допускал, что не будет большой ошибкой считать, что все молекулы движутся с одинаковой по величине скоростью, и что каждая из них движется в одном из трех возможных направлений, параллельных осям координат. Раньше Кренинга (но позже Ватерстона) этой задачей занимался Джоуль (в 1851 г.). Он правильно понял связь между ударами молекул о стенки и давлением газа, но также не смог получить верной формулы. Наконец, в 1857 г. Клаузиус, не оставляя еще предположения о равных скоростях, вывел новую формулу. Только еще через два года Максвелл⁷ пришел к правильному выводу. Он сумел понять, как распределены молекулы по скоростям, т. е. какая доля молекул имеет заданную скорость.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛ И ТЕМПЕРАТУРА

Сформулируем теперь два предположения, которые позволят получить формулу Ватерстона⁸.

Так же, как и Ватерстон, будем считать, что когда газ находится в тепловом равновесии, то: 1) молекулы газа сталкиваются лишь со стенкой и не сталкиваются между собой; 2) молекулы сталкиваются со стенкой упруго. Первое предположение означает, что мы имеем дело с идеальным газом, второе, как мы уже говорили, ничего не изменяет в результате, но упрощает вывод.

Вывод хорошо известен. Если формулу для давления переписать: $p = 2n/3 (mv^2/2)$ и воспользоваться урав-

⁷ Максвелл доложил свою работу 21 сентября 1859 г. Ее русский перевод напечатан в сборнике «Основатели кинетической теории газов», вышедшем в 1937 г.

⁸ До Ватерстона некоторые (например, Герарт) считали, что давление пропорционально первой степени скорости.

нением Клапейрона $p = nkT$, где k — постоянная Больцмана: $k = 1,3806 \cdot 10^{-23}$ Дж/град $= 1,3806 \cdot 10^{-16}$ эрг/град, то получим известную формулу $\langle E_{кин} \rangle_{ср} = \frac{3}{2} kT$.

Формула выглядит так, как будто бы на каждое из трех возможных перпендикулярных направлений движения приходилась бы энергия, равная (в среднем) $\frac{1}{2} kT$ на каждую молекулу. Это утверждение — частный случай общего закона равнораспределения, породившего много споров в прошлом веке.

Достоин удивления, что все тот же Ватерстон докладывал в 1851 г. Британской ассоциации: «Равновесие по давлению и температуре между двумя газами имеет место, когда число атомов в единице объема равно и когда живая сила каждого атома одинакова». Если заметить, что «живой силой» называли кинетическую энергию (в отличие от «мертвой силы» — энергии потенциальной), то мы увидим в этом утверждении следствие закона равнораспределения. Но и на этот раз никто не обратил внимания на доклад Ватерстона.

Последняя из написанных формул должна быть отмечена как важная веха в истории понимания человеком законов природы. Формулы в физике бывают разные. Некоторые из них почти тривиальные, они почти не несут в себе новой информации. Таковы формулы законов Кирхгофа (когда-то они были полны смысла!). Другие же, такие, как $\epsilon = \hbar\omega$, содержат очень много. Формула Планка отражает связь между двумя областями физики: волнами (частота ω) и частицами (энергия ϵ). Для старой физики необычность этой связи отражается в появлении новой фундаментальной постоянной. То же можно сказать и о формуле Эйнштейна — $E = mc^2$, в которой масса связана с энергией (связь бессмысленная с позиций классической механики) с помощью фундаментальной постоянной c .

Формула Ватерстона также связывает две величины, природа которых представлялась несравнимой его почетным оппонентам. Эта формула была одной из первых ступеней в современной единой картине природы. Конечно, сам автор не мог видеть всего богатства своей формулы, но именно ей суждено было стать первой формулой кинетической теории газов.

Постоянную Больцмана (которой, конечно, не было у Ватерстона) сейчас вводят как коэффициент перево-

да от градусов к эргам, потому что температура выступает еще и в роли параметра, определяющего статистическое распределение атомов по скорости, открытое Максвеллом.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

Все, что было сказано выше, есть следствие того факта, что газ, предоставленный самому себе и находящийся в постоянных внешних условиях (например, газ, заключенный в сосуд, стенки которого находятся при постоянной температуре), приходит в состояние равновесия.

С макроскопической точки зрения в нем устанавливаются постоянная температура, постоянное давление, а если газ состоит из нескольких компонент (как воздух), то и состав газа в разных местах в сосуде будет одинаков.

Молекулы газа даже в равновесии движутся беспорядочно, сталкиваясь между собой и со стенками сосуда, непрерывно меняя свою скорость. Однако не все изменяется столь хаотически. Как бы ни изменялась скорость, среднее ее значение остается постоянным. Это значит, что если бы мы могли следить за какой-нибудь молекулой достаточно долго, мы увидели бы, что она будет то ускоряться, то замедляться, хотя в среднем квадрат ее скорости будет постоянным. Тот же результат получится, если мы вместо того, чтобы следить за одной молекулой, измерили бы в какой-то момент времени скорости разных молекул: среднее значение опять оказалось бы тем же⁹.

Смотря на движущиеся молекулы газа с точки зрения микроскопической, мы можем спросить: сколько молекул, какая их часть движется с определенной скоростью в данный момент. Эту задачу решил Максвелл (1831—1879 гг.), а общая теория статистических свойств физических систем была развита Больцманом (1844—1906 гг.) и Гиббсом (1839—1903 гг.).

Мы не будем выписывать формулу распределения

⁹ Не надо думать, что такое, может быть, даже очевидное утверждение легко доказать. До сих пор этого никто не сумел сделать в достаточно общем виде. Существование средних и их равенство — одна из самых трудных задач, однако опыт, безусловно, доказывает все, что нужно.

Максвелла. Для наших целей важно только то, что согласно этой формуле распределение молекул по скоростям определяется множителем имеющим вид экспоненты

$$\exp\left(-\frac{E_{\text{кин}}}{kT}\right),$$

где $E_{\text{кин}}$ — кинетическая энергия молекулы,

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2).$$

Распределение Максвелла очень похоже на часто используемое в статистике нормальное распределение, рассмотренное еще Лапласом. Статистический анализ к середине прошлого века был уже вполне обычным в науке и Максвелл его, наверное, знал. Однако, почему молекулы должны подчиняться нормальному закону, было не понятно. Во всяком случае никто это и не пытался сделать. Максвелл опубликовал свою формулу в 1860 г. Его вывод казался очень странным, так как на первый взгляд никак не отражал картины хаотически сталкивающихся молекул. Максвелл возвращался вновь к выводу своей формулы в 1867 г. В новой работе он доказал, что полученное им распределение действительно не изменяется при соударениях молекул. Строгий вывод распределения Максвелла на самом деле оказался не легким делом, в котором еще до сего времени не все прояснилось.

Задавая закон распределения молекул по скоростям, можно было вычислить и разные характеристики этого распределения. Для среднего квадрата скорости получается формула, нам уже известная:

$$\langle v^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{3}{2} \frac{kT}{m}.$$

Отсюда, собственно говоря, и определялся знаменатель в экспоненте. Можно сосчитать среднее значение абсолютной величины скорости¹⁰.

$$\langle |v| \rangle_{\text{ср}} = \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2} = 1,772 \left(\frac{kT}{m} \right)^{1/2}.$$

Наконец, «наиболее часто» встречаются молекулы со скоростью

¹⁰ Среднее значение скорости равно нулю, так как отрицательные и положительные значения компонент равноправны.

$$v_{\text{наиболее вероятное}} = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2} = 1,414 \left(\frac{kT}{m} \right)^{1/2}.$$

Если бы все молекулы имели одинаковую скорость, то все три величины были бы, конечно, равны друг другу. Их различие показывает, насколько разбросаны значения скоростей. Принято характеризовать такой разброс величиной:

$$\langle v \rangle^2_{\text{ср}} - \langle |v| \rangle^2_{\text{ср}} = \frac{kT}{m} \left(3 - \frac{8}{\pi} \right) = 0,454 \frac{kT}{m}.$$

Мы обнаруживаем, что температура выступает еще в одном качестве — она характеризует «ширину» распределения молекул по скоростям или энергиям, величину естественного разброса кинетической энергии молекулы вокруг среднего ее значения.

Таким образом, объединение формулы Ватерстона с нормальным распределением привело к дальнейшему развитию понятия температуры как параметра, определяющего статистику поступательного движения молекул.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА И ХАОС

Остановимся еще немного на распределении Максвелла. Прежде всего, описывая газ, перейдем, как говорят, из пространства координат в пространство скоростей. Это значит, что мы будем «изображать» каждую молекулу точкой с координатами, равными компонентам скоростей этой молекулы. Так, точка в начале координат соответствует покоящейся молекуле, точки на оси x — молекулам, движущимся с разными скоростями вдоль оси x и т. д.

Представим себе кубик с одной вершиной в точке $(0, 0, 0)$ и с ребрами длиной Δ , параллельными осям координат. Внутри этого кубика (его объем равен Δ^3) будут находиться точки, соответствующие молекулам, компоненты скоростей которых лежат в интервале от 0 до 1. Число таких молекул на самом деле все время меняется — молекулы сталкиваются друг с другом, изменяют свои скорости. Эти процессы будут приводить к тому, что в кубике будут то появляться, то исчезать точки. Если точка исчезла, значит, где-то в другом кубике (мы легко можем себе представить, что все «про-

странство скоростей» разбито на такие кубики) появится новая точка.

Ясно, что общее число точек, которое равно полному числу молекул в газе, остается постоянным. Если бы нас попросили подробно описать, что происходит в каком-нибудь кубике, то это была непосильная задача. Однако нас не интересуют такие подробности, они нам просто ни к чему — все равно мы не знали бы, что с ними делать. На самом-то деле нас интересует, сколько есть молекул в этом кубике в среднем, и на этот вопрос дает ответ распределение Максвелла. Описание скоростей молекул для распределения Максвелла очень похоже на распределение масс с помощью функции плотности. Плотность вещества определяет массу частиц в единице объема, или, точнее, плотность есть отношение массы вещества в малом объеме к величине этого объема. Функция распределения Максвелла есть плотность числа точек в пространстве скоростей.

Что удивительного можно увидеть в этой формуле? Можно ли понять, чем она лучше или естественнее, чем формула, в которую бы входили не квадраты скоростей, а, например, кубы или корни квадратные из скоростей?

Нетрудно понять, что функция распределения может зависеть только от квадратов скоростей, ибо она не должна зависеть, очевидно, от направления скоростей. Если бы это было не так, то в каком-то направлении летело бы больше молекул, чем в другом, и весь газ двигался бы как целое.

Но почему входит именно квадрат скорости, а не четвертая, например, степень и почему распределение молекул по скоростям описывается именно экспоненциальной функцией?

Мы можем понять и это, если заметим, что только экспонента и именно такая, какая входит в распределение Максвелла, распадается на три совершенно одинаковых по форме множителя:

$$\exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right), \exp\left(-\frac{mv_y^2}{2kT}\right), \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2kT}\right).$$

Это «распадение» функции распределения на множители говорит, что распределения по всем трем осям не зависят друг от друга и подчиняются одному и тому же закону. Можно сказать, что вероятность молекуле попасть

в кубик (с одинаковыми ребрами Δ), который мы выбрали, т. е. вероятность того, что в результате столкновений молекула приобретает скорость, отвечающую координатам внутри кубика, распадается на три множителя — вероятности каждой из компонент скорости молекулы оказаться в интервале значений, отвечающем ребру кубика. Такую задачу можно проиллюстрировать игрой в кости. Пусть мы бросаем три игральные кости, которые мы раскрасили в разные цвета. Вероятность того, что на одной из костей, например красной, выпадет пятерка, равна $1/6$. Такова же вероятность того, что на зеленой кости выпадет тройка (или на желтой — четверка).

Почти очевидно, что если мы будем бросать все три кости сразу, то вероятность любой комбинации, например: 3 (красная) + 4 (зеленая) + 1 (желтая) будет равна произведению

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}.$$

Основанием для такого решения служит интуитивная уверенность, что бросание каждой кости никак не зависит от бросания других, а потому все тройные комбинации чисел от 1, 1, 1 до 6, 6, 6 должны выпадать одинаково часто, т. е. иметь одинаковую вероятность. Процесс распределения молекул по скоростям в результате столкновений, конечно, не похож на бросание костей, кости только демонстрируют, почему произошел распад на три множителя. Вероятности же разных значений скорости или значений ее компоненты по какой-то оси непохожи на вероятности выпадения разных комбинаций чисел при бросании костей. Значений скорости бесконечно много.

Если мы предположим, что распределение распадается на три одинаковых множителя (как это сделал Максвелл в своей работе), а функция должна зависеть только от квадрата скорости, то распределение Максвелла можно вывести строго. Другая функция этими свойствами не обладает.

Для того чтобы подчеркнуть, насколько ошибочными могут оказаться «очевидные» вещи, следует сказать, что распределение Максвелла не описывает газ, в котором существенную роль играют квантовые свойства (например, электроны в металле или газ, состоящий из фото-

нов). Для таких систем функция распределения (по энергиям) выводится из совсем других предположений.

Газ, в котором молекулы распределены по Максвеллу, обладает замечательным свойством. Такое распределение не изменяется со временем. Каждая отдельная молекула изменяет свою скорость очень часто (сталкиваясь с другими молекулами). Но на место молекулы, выбывшей из «ящика» (кубика), приходит другая молекула. Если мы не различаем молекулы между собой (а это, конечно, так!), то распределение молекул будет оставаться все время одним и тем же.

Это свойство также выделяет распределение Максвелла из других видов распределений, и его можно использовать для вывода экспоненциального распределения (так часто и делают в учебниках). Тонкость, однако, состоит в том, что с самого начала надо еще понять и доказать, что если наполнить какой-либо сосуд газом, то через некоторое время распределение его молекул по скоростям станет равновесным, максвелловским. Это должно произойти совершенно независимо от того, какое распределение газ имел в начальный момент — молекулы его могли иметь одинаковые скорости или двигаться еще как-нибудь, но после некоторого (и даже небольшого) времени должно установиться равновесное распределение.

Если немножко подумать, то это утверждение должно показаться странным и даже не вполне правдоподобным. В задачах механики мы привыкли к тому, что надо задать начальные координаты и скорости, чтобы определить с помощью уравнений Ньютона положение и скорости частиц в более поздние (или более ранние) моменты времени. При этом разные начальные данные приведут к разным состояниям системы.

В механике, как говорят, система «помнит» свои начальные условия, т. е. в механике всегда можно в принципе восстановить историю системы.

В газе мы встречаемся с совсем другой ситуацией. Каким бы ни было распределение скоростей в газе в исходный момент времени, оно должно превратиться в одно и то же распределение Максвелла. В этом случае система «забывает» свою историю, и из изучения распределения газа в равновесии ничего нельзя узнать о том, в каком состоянии был газ раньше.

В равновесии газ совсем «забыл» свою историю, хо-

тя и сохранил энергию. Теперь единственное, что известно о газе, — это его температура.

История газа, которым мы заполнили сосуд, разбивается на две части. В первый период молекулы сталкиваются между собой или со стенками, а распределение приближается к равновесному. Этот период очень трудно описывается, и им занимается специальная наука о неравновесных системах. После нескольких сот или тысяч соударений каждой молекулы газ практически переходит в равновесное состояние. Дальше соударения практически ничего не изменяют.

Рассказывая о газе в состоянии равновесия, можно «забыть» о столкновениях, хотя о том, что молекулы взаимодействуют друг с другом, забывать нельзя. Если мы об этом забудем, то мы поймем только свойства идеального газа. Уравнение состояния реального газа, как мы говорили, зависит от того, как молекулы газа взаимодействуют друг с другом.

Равновесное состояние газа, о котором мы говорим, можно описать словами: в равновесном газе существует молекулярный «хаос». Слово «хаос» надо понимать в том смысле, что система не сохранила никакой информации о своем прошлом.

Понятие «хаоса» позволяет упростить вывод некоторых формул. Например, когда выводилась формула для давления газа на стенку сосуда, пришлось рассуждать о том, что молекула отражается от стенки. В действительности молекула, как правило, ударившись о стенку, прилипает к ней на некоторое время, а потом, оторвавшись, летит в какую-нибудь сторону, «забыв» о том, откуда она прилетела. Поэтому бессмысленно детально обсуждать процесс отражения и проще рассуждать так. Поскольку свойства газа не зависят от направления, то количество движения, переносимое газом в сторону стенки, должно быть равно количеству движения, которое несут молекулы газа, летящие от стенки. Этот факт не должен зависеть ни от каких подробностей взаимодействия газа со стенками, он связан только с хаотичностью движения молекул. Если бы оба потока (к стенке и от стенки) были разные, т. е. несли с собой разное количество движения, то на некотором расстоянии от стенки можно было бы этот факт обнаружить — газ «запомнил» бы, что он отражался от стен-

ки. Но это противоречит гипотезе, что газ «хаотичен» и ничего «не помнит».

Далее все просто. Молекулы газа приносят к стенке с площадью 1 см^2 за 1 с количество движения (это вычисляется без использования законов отражения) $\frac{1}{6} n m v^2$, а значит, такое же количество движения уносится от стенки. Следовательно, верен старый результат, что количество движения, передаваемое за 1 с стенке с площадью 1 см^2 , равно $\frac{1}{3} n m v^2$. Но на этот раз нам совсем не надо было думать о законе отражения.

ЕЩЕ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ

Формула Максвелла — удивительная формула. Оказывается, физические задачи о движении материальных точек можно решать не только с помощью уравнений Ньютона, но и совсем другим способом. Этот другой способ основан на понятии вероятности и на том, что система с большим числом степеней свободы забывает о своем прошлом. Как бы ни были распределены атомы по скоростям, распределение с течением времени превратится в распределение Максвелла.

Дальнейшая история развития статистической теории полна споров и парадоксов. Парадоксы смогла разрешить лишь квантовая механика, а развитие статистической теории было завершено Гиббсом, который, основываясь на идеях Максвелла и Больцмана, построит статистическую термодинамику. Уже на примере распределения Максвелла видна новая роль температуры. Температура определяет форму кривой распределения и, в частности, разброс энергии молекул — флуктуации энергии.

Флуктуация скорости молекул описывается величиной

$$\langle v^2 \rangle_{\text{cp}} - \langle |v| \rangle_{\text{cp}}^2 = \frac{kT}{m} \left(3 - \frac{8}{\pi} \right).$$

Полобным же образом можно ввести величину, характеризующую флуктуацию кинетической энергии

$$\delta^2 = \langle \varepsilon^2 \rangle_{\text{cp}} - \langle \varepsilon \rangle_{\text{cp}}^2 = \frac{15}{4} k^2 T^2 - \frac{9}{4} k^2 T^2 = \frac{3}{2} k^2 T^2.$$

Температура выступает в этой формуле в новой роли, как характеристика флюктуации энергии. Так же, как и в формуле распределения Максвелла, значение температуры в ней строго фиксировано. Видно, что температура на самом деле имеет размерность энергии, и ее надо было бы измерять в джоулях или эргах. Только старая привычка к градусам заставляет вводить множитель $k = (1,380662 \pm 0,000044) \cdot 10^{-23} \text{ ДжК}^{-1}$, который переводит произвольные имеющие мало смысла градусы в джоули. Конечно, проще было бы выбрать для измерения температуры джоули и писать последнюю формулу проще $\delta^2 = 3T^2/2$. Так и делают в книгах по теоретической физике; однако градусы еще долго не будут изжиты.

История с температурой окончилась неожиданно. Хотя температура оказалась непригодной для измерения количества теплоты, она все же оказалась размерностью энергии и ее в принципе можно измерить, измеряя среднюю кинетическую энергию молекул (не обязательно в газе). Размерность температуры исчезла из физики. Иногда бывает полезно измерять температуру не в градусах и не в эргах, а в электрон-вольтах. Для этого полезно знать, что

$$1 \text{ эВ} = (11604,50 \pm 0,36) \text{ К.}$$

КВАНТЫ

Классический период температуры закончился установлением связи между температурой и энергией. Физиков XVIII в., даже тех, кто верил в атомы (или монады, как их тогда называли), удивило бы, что температуру можно измерять в джоулях и что можно задавать точку кипения воды как точку, при которой разброс кинетической энергии поступательного движения ее молекул равен $6 \cdot 10^{-21}$ джоулей. Но в классической статистической физике возникли трудности, оказавшиеся непреодолимыми при рассмотрении других степеней свободы — вращательных и колебательных.

Эти трудности исчезли самым естественным образом с появлением квантовой механики. В квантовой механике система описывается набором состояний, в которых она может находиться. Каждому состоянию отвечает определенное значение уровней, энергии. Для нас

наиболее интересны такие системы, которые имеют только конечное число уровней энергии. Такие системы резко отличаются по своим свойствам от классических, в них ярко проявляются квантовые эффекты.

Самый простой случай (мы им и ограничимся) — электрон со спином $1/2$, находящийся в магнитном поле H . Та часть энергии, которая связана с магнитным моментом электрона μ (отрицательным, т. е. направленным в сторону, противоположную спину), может принимать только два значения $+\frac{1}{2}\mu H$ или $-\frac{1}{2}\mu H$ в зависимости от того, куда направлен спин электрона — по полю или против поля. Как следует из квантовой механики, никакого другого «положения» спин электрона принимать не может.

Задача статистической физики состоит в том, чтобы узнать, какова вероятность найти спин электрона в одном из двух положений, если он помещен в тепловой резервуар с температурой T , например, если он сталкивается с другими электронами или атомами, которые находятся в тепловом равновесии.

Из общих принципов статистики следует, что отношение двух вероятностей определяется формулой w (по полю): w (против поля) = $\exp\left(-\frac{\mu H}{kT}\right)$. Если мы можем измерить относительное количество электронов с разными направлениями спина, то мы узнаем и температуру. Температуру часто так и определяют, измеряя магнитную восприимчивость, которая определяется распределением спинов электрона.

АБСОЛЮТНЫЙ НУЛЬ

При любой температуре два возможных направления спина будут встречаться с разной вероятностью. Чем выше температура, тем больше «заселен» верхний уровень, только при очень высоких температурах, когда $T \rightarrow \infty$ обе проекции спина будут иметь равную вероятность.

Если температура понижается, то все бóльшая и бóльшая доля электронов будет иметь спины, направленные против поля. Если $T = 0$, то против поля окажутся направленными спины всех электронов.

Такое состояние системы отвечает абсолютному нулю температуры.

В квантовой теории понятие абсолютного нуля приобретает очень четкий смысл. Среди энергетических уровней любой квантовой системы есть один уровень, который обладает наинизшей энергией. В рассмотренном нами примере такое состояние есть состояние, при котором спины всех электронов направлены против поля.

Любая система имеет только одно низшее состояние, так что низшее состояние любой системы определено со всей степенью однозначности, совместимой с требованиями квантовой механики.

При абсолютном нуле система находится в основном состоянии и поэтому она не может отдать энергии никакой другой системе просто потому, что у нее нет более низких уровней, на которые она могла бы перейти, потеряв энергию.

Мы говорили, что не очень ясное представление о существовании абсолютного нуля, связанное с законом Гей-Люссака, существовало очень давно. Но нам сейчас трудно поверить, что понятие абсолютного нуля казалось еще в начале века очень абстрактным и трудным для понимания. В «Детской энциклопедии», изданной в 1914 г., писали: «Итак, если при охлаждении газ сжимается, то, следовательно, объем его уменьшается. Является вопрос: не будет ли возможным исчезновение его, когда мы доведем газ до состояния абсолютного холода?» Было время, когда думали, что такое исчезновение возможно, и на это были свои основания. Эти высказывания звучат сейчас смешно. Все же удивительно, как много было заключено в ничем не замечательной дроби $1/273$, появившейся в эмпирической формуле Гей-Люссака.

НЕДОСТИЖИМОСТЬ АБСОЛЮТНОГО НУЛЯ

Всем хорошо известно утверждение, что нельзя понизить температуру никакого тела до абсолютного нуля, хотя и можно приблизиться к нему сколь угодно близко. Это утверждение напоминает известный парадокс об Ахиллесе и черепахе (его называют апорией Зенона). Парадокс рассказывают так. Ахиллес, который бежит в 10 раз быстрее черепахи, не может ее

все же догнать. Действительно, когда Ахиллес пробежит весь путь, который отделял его вначале от черепахи, черепаха отойдет на $\frac{1}{10}$ этого пути. Когда Ахиллес пройдет и этот отрезок, черепаха сместится на $\frac{1}{100}$ пути и т. д.

Для грека Зенона парадокс состоял в том, что конечный промежуток пути $1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots = 1,11\dots = \frac{10}{9}$ может состоять из бесконечного числа частей. С этой «трудностью» мы сейчас легко справляемся и проходим мимо парадокса, его не замечая.

Однако задача Ахиллеса резко усложнится, если он должен после каждого этапа (каждого члена в бесконечном ряду) делать какую-либо отметку или даже просто хотя бы делать вздох. Поскольку таких отметок должно быть сделано бесконечно много, то и время поединка сразу же становится бесконечным. В таком виде задача Ахиллеса становится похожей на задачу об абсолютном нуле.

Для того чтобы охладить тело до абсолютного нуля, необходимо отобрать у него конечное количество тепла. Это количество тепла легко вычислить, если известно, как зависит теплоемкость тела от температуры. Но можно ли отобрать у тела все это тепло в один прием?

Именно в этом и состоит трудность. При любом методе охлаждения температура понижается в какое-то число раз, а не на заданную величину. Когда мы описывали термодинамическую шкалу, обнаружилось, что эта шкала обладает замечательной симметрией. Если все значения температур умножить на один и тот же множитель, то формулы останутся без изменений. Термодинамика обладает, как говорят, конформной инвариантностью. Напомним, что причина этого в том, что в классической физике нет естественного масштаба температур.

Но если термодинамика конформно инвариантна, то в любом процессе, используемом для охлаждения, конечная (низкая) температура будет пропорциональна начальной (высокой), т. е. любая операция понижения температуры может только изменить масштаб — уменьшить температуру в какое-то число раз. Тогда мы и приходим к Ахиллесу и черепахе. Чтобы «догнать» черепаху — чтобы достичь абсолютного нуля — надо совершить бесчисленное число операций. Хотя сумма всех понижений температур и конечна, но так как каждая

операция (каждый цикл) занимает конечное время (надо что-то включить), то полное время и будет бесконечным. В этом смысле Ахиллес и не догонит черепаху. В этом смысле и нельзя достичь абсолютного нуля.

Однако может возникнуть сомнение в справедливости вывода. Можно спросить, не изменится ли положение в кинетической теории газов — которую здесь относили к новой неклассической физике (мы ведь говорим о задачах, волновавших физиков в прошлом столетии).

Основания для сомнения могли бы исходить из того, что температура оказалась связанной с энергией. Например, можно спросить, нельзя ли перевести все спины в системе электронов в низшее состояние (например, подождав пока они излучат свой избыток энергии). Но из этого, конечно, ничего не получится. Всегда дело будет обстоять так, что часть электронов из-за столкновений или из-за поглощения излучения будет возвращаться в старое состояние, и эти процессы подчинятся обычным термодинамическим формулам. Конечно, если бы мы имели дело с одним или с несколькими электронами, то перевести их в любое состояние, в том числе и в низшее, было бы нетрудно. Но, когда частиц очень много, сделать это можно лишь обычными термодинамическими способами.

В свое время много обсуждали вопрос о том, нельзя ли создать такой прибор, который бы сгруппировал атомы, например, по направлению спина или по величине скорости. Такой прибор, или даже сказочное существо, мог бы изменить ход термодинамических процессов и, в частности, за конечное время охладить систему до абсолютного нуля, выкинув, например, все электроны со спином, направленным по полю. Такое существо было призвано на помощь Максвеллом — оно и получило название демона Максвелла. Мы увидим, что даже бурная фантазия не спасет дела. Абсолютный нуль остается недостижимым.

ЭНТРОПИЯ

Почему такое сложное физическое понятие, как температура, так давно известно человеку? Почему температуру измеряли задолго до того, как была написана хотя бы одна формула, в которую входила

температура? Ответ — в простоте сравнения двух температур: легко определить, какое из двух тел теплее, а какое холоднее. Но, чтобы сопоставить температуру с энергией, надо было понять, как связано изменение энергии системы с ее температурой. Если уменьшается объем системы, то произведение давления на изменение объема есть работа, которая идет на увеличение энергии системы. Очень трудно было догадаться, что у температуры есть связанная с ней величина — энтропия, увеличение которой, умноженное на температуру, определяет количество тепла, полученного телом. Энтропия была открыта теоретически Клаузиусом, и понятие это долго считалось очень трудным.

Главная трудность состоит в том, что не существует способа сравнить энтропию двух разных систем, подобно тому как можно сравнивать температуру двух сосудов. Давление двух систем легко сравнить, если эти системы соединить, например, цилиндром с поршнем. Условием равновесия между системами будет равенство давлений. Объемы двух систем могут быть любыми; это не имеет отношения к термодинамическому равновесию. Поэтому объем нельзя измерить чисто термодинамическим путем. Однако об объеме мы можем судить совсем с другой, геометрической точки зрения. Об объеме можно еще сказать, что он есть величина аддитивная, т. е. объем системы равен сумме объемов его частей.

Повторим то же для температуры и энтропии. В состоянии термодинамического равновесия температура всех частей системы одинакова. Энтропия системы равна сумме энтропий ее частей. Однако у нас нет способа измерить энтропию, как объем, какой-нибудь линейкой или еще чем-нибудь подобным. Нельзя взять литр воды и измерить ее энтропию подобно тому, как, опуская в воду термометр, можно измерить ее температуру.

Нельзя сравнить два сосуда с разными газами и сказать, какой из них имеет большую энтропию. Энтропию газа можно найти в таблицах, но нет прибора, подобного барометру или термометру, который бы показывал величину энтропий. Клаузиус пришел к энтропии, пытаясь понять глубокий смысл исследований Карно.

Карно, как мы знаем, доказал, что если между двумя «телами», нагревателем и холодильником, существует обратимый термодинамический процесс, т. е. построена

тепловая машина, которая совершает работу A (в секунду, например), отбирая от нагревателя какое-то тепло Q_1 и отдавая часть этого тепла Q_2 холодильнику, то Q_1 и Q_2 связаны с температурами T_1 и T_2 нагревателя и холодильника пропорцией: $Q_1 : Q_2 = T_1 : T_2$.

Это соотношение справедливо для любой тепловой машины, если только она идеальна, т. е. если ее можно заставить работать в «обратную сторону» так, чтобы, затратив работу A , она отобрала от холодильника количество тепла Q_2 и передала нагревателю количество тепла Q_1 .

Эту пропорцию можно переписать так: $Q_1 : T_1 = -Q_2 : T_2$, где поставлен знак минус как свидетельство того, что тепло отнимается от нагревателя. Отсюда сразу получается, что

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Модель теплорода должна была приводить к какому-то соотношению, выражающему сохранение гипотетической тепловой жидкости. Модель была бы приемлемой, если бы выполнялось соотношение типа $Q_1 + Q_2 = 0$. Это означало бы, что тепло сохраняется, а работа совершается за счет перехода тепла с более высокого уровня на более низкий. Наверно, защитники теории тепла были бы рады какой-то формуле типа: работа $= (T_1 - T_2) Q$. На самом деле в обратимом процессе сохраняется не количество тепла или какого-то теплорода, содержащегося в теле, а другая величина, изменение которой равно изменению подведенной теплоты, поделенному на температуру тела. Это и есть энтропия. Ее изменение

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T},$$

где ΔQ (выше мы Δ не писали!) есть количество теплоты, подведенное к телу (в обратимом процессе). Из этой формулы видно, почему нельзя просто измерить энтропию. Для этого надо просуммировать полученное системой тепло по всей его «истории» — от $T = 0$. Измерять же можно лишь изменение энтропии, точно также, как, измеряя работу, измеряют изменение энергии. Свойства энтропии изложены во всех курсах физики и нет смысла их излагать здесь.

В термодинамике энтропия вводилась формально,

как величина, сохраняющаяся в обратимом процессе.

В кинетической энергии газов энтропия приобрела новый смысл. Больцман открыл формулу, которая играет в нашем мире столь же фундаментальную роль, как, например, формула $E = mc^2$. Формула Больцмана имеет вид: $S = k \ln W$. Эта формула описывает связь между термодинамической величиной, энтропией, и вероятностью рассматриваемого состояния, вычисленного по законам статистической физики. Она связывает две разные науки, термодинамику и статистику, и ее появление было одним из самых важных этапов в развитии единой физической картины мира. Постоянная k — постоянная Больцмана появилась потому, что в термодинамике размерность энтропии не была определена. Формула Больцмана устанавливает, что энтропия безразмерна или имеет размерность калория на градус. Смысл этой записи в том, что k есть переводной множитель между двумя единицами энергии — градусами и калориями, подобный коэффициентам перехода от системы СИ к системе СГС.

В квантовой механике вероятность W имеет еще более простой смысл. Энтропия просто связана с плотностью уровней системы n , которая играет роль вероятности в формуле Больцмана $S = k \ln n$. Такой грубой формулой можно пользоваться для приближенного описания систем с достаточно большим числом степеней свободы. Она нашла, например, красивое применение для описания ядерных реакций.

ТЕМПЕРАТУРА АТОМНЫХ ЯДЕР

В 1937 г. Бор предложил описывать ядерные реакции с помощью модели «компаунд» или составного ядра. Идея этой модели состояла в том, что реакцию, которая происходит при столкновении нейтрона с тепловым ядром, надо описывать в два этапа. Первый этап состоит в захвате нейтрона ядром. Если энергия нейтрона не велика, то он быстро растрчивает энергию, которая выделяется при захвате — нейтрон притягивается ядром и эта энергия «разбазаривается» между нуклонами, так что внутри ядра устанавливается некоторое статистическое распределение. Чем больше энергии попадает в ядро, тем больше возбуждается ядро и тем больше становится плотность его уровней, ко-

торая растет очень быстро с энергией возбуждения. Заметим полезное свойство экспоненты $\exp(x)$. Так как интеграл от $\exp(x)$ есть опять $\exp(x)$, то, если плотность уровней описывается экспоненциальной функцией, полное их число до некоторой энергии имеет примерно ту же величину, что и плотность этих уровней вблизи этой энергии. Такое странное, быть может, рассуждение позволяет нам не очень ломать голову над тем, какое число надо выбирать для n , чтобы вычислить $\ln n$ и энтропию. Энтропия очень мало чувствительна к точному определению числа n .

Но вернемся к ядру, которое мы оставили возбужденным. В таком состоянии ядро остаться не может. Подобно нагретой жидкой капле, ядро должно отдать избыточную энергию и охладиться. Излишек энергии будет уходить с «испарением частиц». Бор и Ландау показали, что распределение таких частиц будет описываться формулой, похожей на формулу нормального распределения, главную роль в которой играет экспонента $\exp(-\varepsilon/k\Theta)$, где ε — энергия частицы, а Θ — параметр, связанный с плотностью уровней следующим образом:

$$\frac{1}{\Theta} = k \frac{d \ln n}{dE}.$$

Здесь E — энергия. Вид этого выражения совпадает с определением температуры в термодинамике, так что Θ можно с полным правом называть температурой ядра и говорить о второй фазе ядерной реакции как о процессе испарения частиц.

Конечно, для ядра такое описание не так хорошо, как для капли, слишком мало частиц в ядре. Ядро на самом деле не успевает прийти в состояние теплового равновесия, часть частиц вылетает из ядра, не растратив свою энергию. В ядре кроме того есть резонансы, почти стабильные состояния, в которых ядро может сравнительно долго находиться. Оно разряжается путем излучения «резонансных» частиц с заданной энергией. Тем не менее во многих реакциях спектр теплового излучения нейтронов хорошо известен. Можно показать, что температура ядра растет, примерно, как корень квадратный из энергии возбуждения и составляет (в энергетических единицах) примерно 1—1,5 МэВ при энергии 10 МэВ в области ядра с $A \sim 100$. Это состав-

ляет около 10^{10} К, так что нейтронный «пар» над ядром на самом деле очень горячий! Для сравнения напомним, что при нормальной температуре 300 К отвечает энергия $1/40$ э.

Квантовые системы нередко приводят к заключениям, которые выглядят парадоксами. Часть парадоксов возникает из-за того, что в квантовой системе часто бывает только конечное число состояний — не удивительно поэтому, что таких парадоксов не бывает у классических систем.

Другие парадоксы связаны с эффектами рождения пар. О некоторых парадоксах и будет рассказано.

ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Хотя всегда утверждается — и это утверждение правильно, — что абсолютный нуль представляет собой самую низкую из возможных температур, физики часто говорят об отрицательных температурах.

Об области отрицательных температур говорят также, что она лежит не ниже нуля, а выше бесконечности. Это выглядит парадоксом, но в парадоксе нетрудно разобраться.

Вернемся для этого к системе электронов в магнитном поле. Два состояния электрона — со спином, ориентированным по и против поля, встречаются в системе с относительной вероятностью $\exp(+\frac{\mu H}{kT})$ и $\exp(-\frac{\mu H}{kT})$.

У большей части электронов спины направлены против поля. Даже при $T \rightarrow \infty$ вероятности обоих направлений лишь сравниваются. Это значит, что сколько бы ни подводить к системе тепла, нельзя сделать так, чтобы состояние с большей энергией встречалось чаще — было бы больше «заселено», чем состояние с меньшей энергией. Тем не менее такую обратную заселенность можно достичь, если очень быстро изменить направление магнитного поля на обратное. Тогда во всех формулах надо заменить H на $-H$. Но это то же самое, что изменить T на $-T$. Распределение спинов электронов после «поворота» поля будет выглядеть так, как будто их температура стала отрицательной: уровень с большей энергией заселен больше!

Что будет с такой системой дальше? Спины электронов будут переворачиваться благодаря магнитному по-

лю, которое всегда есть вблизи электронов, например, благодаря полю, создаваемому другими электронами. Избыток энергии будет уходить в другие части системы и спины электронов опять распределятся так, как должно быть при температуре T . Такой процесс очень похож на передачу тепла — избыток энергии отдается более холодным частям системы. Избыток возник, конечно, тогда, когда к системе спинов была добавлена энергия при обращении направления магнитного поля. Этот результат можно описать и более формально. Для этого запишем отношение «населенностей» двух уровней

$$P = \exp \left(-\frac{2\mu H}{kT} \right).$$

Из формулы видно, что в «нормальной» ситуации, когда $T > 0$ и изменяется от 0 до ∞ , P изменяется от 0 до 1; интервалу же изменений P от 1 до ∞ , когда верхний уровень более населен, надо сопоставить значения T от $-\infty$ до 0. Населенность оказывается разрывной функцией от T : равной населенности двух уровней отвечают два значения температуры $T = \pm\infty$, так как $e^{\pm 0} = 1$.

«Инверсное» заселение уровней (не обязательно спиновых) используется в лазерной технике. Когда уровней только два, температура определяется просто — из логарифма отношения заселенностей.

Однако, если уровней много, то положение усложняется. Далеко не всегда «неправильную» населенность уровней можно описать одним параметром — температурой.

Если можно изменить энергию всех уровней ϵ_n на $-\epsilon_n$, то тогда понятие отрицательной температуры имеет определенный смысл. Именно так обстоит дело для энергии спина в магнитном поле. Если спин атома равен s , то система имеет $2s+1$ состояний с энергией $m\mu H$, где m принимает $2s+1$ значений: $-s, -s+1, \dots, s-1, s$.

Если же схема уровней не так проста, то, строго говоря, отрицательная температура для такой системы имеет мало смысла. Однако и в этом случае можно говорить о температуре, разной для разных участков спектра уровней, но это скорее способ приближенного описания и ему нельзя придать точного смысла.

Полезно отметить, что для всех рассуждений было очень важно, что система может иметь ограниченную

по величине энергию. Нельзя, например, представить себе газ, поступательное движение частиц которого отвечает отрицательной температуре. Поэтому в классической статистической физике о таких температурах и не знали.

ЧЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

В те годы, когда еще была популярна теория теплорода, большие споры вызывал вопрос о том, куда девается теплород, когда тепло тратится на излучение. Только в квантовой механике стало возможным применить последовательно законы термодинамики к излучению. Представление о температуре излучения и о функции распределения для спектра излучения нагретым телом были первыми успехами новой физики. Парадокс ультрафиолетовой катастрофы, разрешенный смелым ударом Планка, заслуживает того, чтобы о нем напомнить.

Много труда было потрачено на то, чтобы идея о тепловом равновесии была использована для описания излучения. Дело началось с того, что ввели в рассмотрение замкнутый объем, в котором находятся электромагнитные волны. Волны могут излучаться и поглощаться стенками сосуда, которые имеют определенную температуру T , каким-то образом все время поддерживаемую.

Лучистая теплота, по терминологии прошлого века, все время будет уходить из стенок, но так как стенки не могут без конца отдавать свою энергию, то должно в конце концов установиться термодинамическое равновесие, определяемое одной единственной величиной T . В состоянии равновесия энергия, которая излучается стенками, должна в точности компенсироваться энергией, которая стенками поглощается. Компенсация должна выполняться для каждого интервала частоты излучения и для каждой поляризации. Естественно, считать, что в равновесии излучение имеет температуру T .

Когда такая задача была сформулирована, то решение поначалу казалось слишком трудным.

Именно здесь разыгралась катастрофа, которая осталась в истории под названием ультрафиолетовой катастрофы.

Первая попытка состояла в том, чтобы уподобить излучение газу или, вернее, набору осцилляторов, каждый из которых, как это положено по теореме Максвелла, имеет в среднем энергию kT (половина этой величины приходится на кинетическую энергию, половина — на потенциальную). Число осцилляторов Рэлей, который впервые вывел эту формулу, считал пропорциональным $k^2 dk$ (k = волновое число равно v/c) для каждого интервала частот dv . При подсчете Рэлей исходил из того, что $k^2 dk$ пропорционально объему сферического слоя в пространстве волновых векторов — оценка, вытекающая из метода разложения электромагнитного поля в интеграл Фурье. В этом подсчете нет ничего плохого и он сохраняется и в современной теории. Но с теоремой о равномерном распределении положение оказывается хуже. Приписывая каждому осциллятору энергию, равную kT , Рэлей получил для плотности энергии¹¹, находящейся в равновесии со стенками, формулу носящую название формулы Рэлей—Джинса.

При низких частотах она согласуется с опытом. Но с ростом частоты число степеней свободы растет беспрестанно и если мы каждой степени свободы будем приписывать энергию kT , то энергия излучения окажется бесконечной. Электромагнитное поле, если его рассматривать с позиции кинетической теории газов, оказывается ненасытным; сколько бы энергии ни отдавала стенка, эта энергия перерабатывалась бы все больше и больше. Термодинамическое равновесие между стенкой и электромагнитным полем в рамках классической физики оказывалось невозможным.

Попытку исправить дело сделал Вин. Он заинтересовался формулой распределения энергии для ультрафиолетового участка спектра и обнаружил, что количество энергии в нем хорошо описывается формулой (опять в интервале частот от ν до $\nu + \Delta\nu$) $a\nu^3 \exp(-b\nu/T)$, где a и b — новые постоянные. Смысл этой формулы был неясным. Никакого отношения к кинетической теории она не имела и для малых частот была не пригодна. Сложилось странное положение. Одна формула была хо-

¹¹ Количество энергии, излучаемое с единицы поверхности, отличается от плотности энергии множителем $c/4$, где c — скорость света.

роша с теоретической точки зрения, но приводила к абсурду; вторая справлялась с катастрофой при высоких частотах, но была, очевидно, неверна при низких. В рассуждениях явно был где-то порок. Порок лежал в основах теории. Логика не могла помочь. Нужно было разорвать логику. Это и сделал Планк.

НОВАЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПОСТОЯННАЯ

Ключ к загадке был скрыт в формуле Вина. В этой формуле сразу бросается в глаза появление новой постоянной b в показателе экспоненты. В те времена температуру никто не умножал на постоянную Больцмана (она, как мы говорили, была введена лишь Планком). Но если ее написать, то вместо коэффициента b в формулу для распределения войдет новый коэффициент kb . Ни b , ни kb никак не могут быть вычислены из классических теорий, просто потому, что в таких теориях нет постоянных, из которых мог бы быть сделан расчет.

Размерность коэффициента kb — энергия \times время. Смотря на формулу Вина, можно было в конце концов понять, что не существует способа вывести ее из каких-либо соображений, если они основаны на уравнениях классической физики. Надо было махнуть рукой на классическую физику, отбросить логику и, не задумываясь на первых порах о смысле, придумать новую гипотезу. Такой гипотезой оказалась гипотеза кванта.

Планк хорошо отдавал себе отчет в том, насколько необычна его гипотеза, но она спасала физику, и это было достаточным основанием для того, чтобы он не испугался ее защитить. Гипотеза состояла в предположении, что атомы стенок сосуда, в котором находится излучение (их называли осцилляторами), могут испускать или поглощать электромагнитные волны только порциями-квантами с энергией $h\nu$. Этого предположения оказалось достаточно, чтобы ликвидировать ультрафиолетовую катастрофу.

Много позднее Планк писал из Берлина Вуду: «Дорогой коллега! Во время моего ужина в Гринти Холл Вы высказали пожелание, чтобы я написал Вам более подробно о том психологическом состоянии, которое привело меня когда-то к постулированию гипотезы квантов энергии. Сейчас я выполняю Ваше пожелание. Крат-

ко я могу описать свои действия как акт отчаяния, ибо по своей природе я миролюбив и не люблю сомнительных приключений. Но я целых шесть лет, начиная с 1894 года, безуспешно воевал с проблемами равновесия между излучением и веществом; я знал, что эта проблема имеет фундаментальное значение для физики; я знал формулу, которая дает распределение энергии в нормальном спектре; поэтому необходимо было найти теоретическое объяснение чего бы это ни стоило. Классическая физика была здесь бесполезна — это я понимал... (кроме двух начал термодинамики).

Я был готов принести в жертву мои установившиеся физические представления. Больцман объяснил, каким образом термодинамическое равновесие возникает через равновесие статистическое; если развить эти соображения равновесия между веществом и излучением, то обнаружится, что можно избежать ухода энергии в излучение при помощи предположения, что энергия с самого начала должна оставаться в форме некоторых квантов. Это было чисто формальное предположение, и я в действительности не очень размышлял о нем, считая только, что несмотря ни на какие обстоятельства, сколько бы ни пришлось за это заплатить, я должен прийти к нужному результату».

Формула, выведенная Планком, имеет вид

$$f(\nu) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{d\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1},$$

где $f(\nu) d\nu$ — энергия, приходящаяся на интервал частот $d\nu$ в единице объема.

Эта же формула, как выяснилось впоследствии, описывала и распределение энергии колебаний молекул, так как она относилась к любому квантовому осциллятору.

В этой формуле впервые встретились постоянные k и h . Первая отмечала, что мы имеем дело с кинетической теорией, вторая — что речь идет о квантовом эффекте.

Планк сам не думал о квантах поля. Только через пять лет Эйнштейн заметил, что если квант имеет энергию, то из теории относительности следует, что он должен иметь и импульс. Тогда квант имеет право на самостоятельное существование, как частица с энергией $h\nu$, импульсом $h\nu/c$ и массой покоя, равной нулю.

Заметим еще, что если интересоваться распределением числа квантов $n = f/h\nu$ с заданной поляризацией и заданным направлением полета внутри телесного угла $d\Omega$, то формула распределения упрощается:

$$n dv d\Omega = \frac{dv d\Omega}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

или, в совсем простом виде,

$$\frac{n}{n+1} = \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right).$$

Согласно соотношению Эйнштейна, $\frac{n}{n+1}$ равно отношению вероятности поглощения кванта к вероятности его излучения. Вероятность излучения, пропорциональная $n+1$, не обращается в нуль, когда квантов вокруг нет ($n=0$). Это есть эффект вынужденного излучения, на котором основан лазер. Экспериментально он был впервые подтвержден В. Фабрикантом.

Формула Планка не имеет ничего общего с законом равнораспределения, при разных частотах энергия осцилляторов оказывается разной.

Если все же спросить, какая энергия приходится в среднем на один квант, то на этот вопрос можно ответить, проинтегрировав распределение Планка.

Вычисления дают, что в единице объема содержится в среднем около $20 T^3$ квантов при средней энергии кванта $\sim 2,7 kT$. В отличие от идеального газа, число частиц которого постоянно, число квантов растет с температурой. В газе, составленном из квантов, число степеней свободы не остается постоянным, оставаясь, однако, конечным, так что энергия этого газа также остается конечной. Окончательная формула для плотности энергии в единице объема — закон Стефана—Больцмана — имеет вид

$$E_0 = aT^4 = \frac{\pi^2}{15} \frac{k^4}{h^3 c^4} T^4$$

или

$$E_0 = 1,917 \cdot 10^{-15} T^4 \text{ эрг/см}^3.$$

В эту формулу входят сразу три фундаментальные постоянные h , k и c . Постоянная Больцмана пришла из кинетической теории, постоянная Планка — из кванто-

вой механики, скорость света отмечает релятивистскую природу эффекта.

Закон Стефана—Больцмана обычно пишут не для плотности энергии в единице объема, а для количества энергии, которое за секунду испускает с единицы поверхности в пустоту тело, нагретое до температуры T ,

$$\begin{aligned}\text{поток энергии} &= \sigma T^4 = 5,670 \cdot 10^{-8} T^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = \\ &= 5,670 \cdot 10^{-15} T^4 \frac{\text{Дж}}{\text{см}^2}.\end{aligned}$$

Постоянные σ и a связаны соотношением $\sigma = ac/4$.

Нам понадобится в дальнейшем выражение для энтропии излучения (в объеме V):

$$S = \frac{4}{3} a T^3 V.$$

Можно просто показать, что излучение ведет себя, как газ, что его можно сжимать, совершая работу, и что при расширении оно само совершает работу. Пусть, например, объем, в котором находится излучение, увеличился от значения V_1 до значения V_2 . Если температура при этом поддерживается постоянной и процесс обратимый, то энтропия возрастет при увеличении объема $S_2 - S_1 = \frac{4}{3} a T^3 (V_2 - V_1)$.

Так как с увеличением энтропии связан подвод тепла:

$$\Delta S = \Delta Q/T, \text{ то } \Delta Q = \frac{4}{3} a T^4 (V_2 - V_1).$$

Энергия излучения возрастает при расширении на величину $E_2 - E_1 = a T^4 (V_2 - V_1)$.

Мы видим, что энергия возросла меньше, чем поступило тепла.

Так и должно быть, так как часть тепла пошла на совершение внешней работы. Из последних двух формул находим, что эта внешняя работа равна

$$A = \frac{1}{3} a T^4 (V_2 - V_1).$$

Но внешняя работа, как известно, равна произведению давления газа на увеличение объема:

$$A = p (V_2 - V_1).$$

Отсюда получается, что давление излучения равно

$$P = \frac{1}{3} \rho V = \frac{1}{3} a T^4.$$

Можно добавить сюда еще одну формулу, описывающую адиабатический процесс. В таком процессе сохраняется энтропия, и мы имеем:

$$T^3 V = \text{const.}$$

Эта формула напоминает уравнение адиабаты идеального газа при отношении теплоемкостей $\gamma = C_p/C_v = 4/3$.

ЧЕРНОЕ ТЕЛО

Не всякое нагретое тело излучает спектр, описываемый формулой Планка. Спектры могут быть разные. Иногда они состоят из отдельных линий, иногда из полос. Для того чтобы тело испускало по формуле Планка, надо, чтобы излучение было в тепловом равновесии с излучающим телом, чтобы оно «позабыло» все о процессе своего возникновения.

В прошлом веке придумывали разные модели для такого процесса. Одна из них, самая популярная, представлялась в виде закрытого сосуда, полости с маленьким отверстием. Такую полость называли «черным телом». Излучение, много раз отражаясь от стенок (или от пылинок, которые мысленно помещали в полость), подобно газу, постепенно приходит в тепловое равновесие.

В действительности очень трудно сформулировать условия, которым должно удовлетворять черное тело. Для того чтобы узнать, является ли излучение равновесным, тепловым, надо измерить его спектр: если он окажется планковским, то все условия выполнены.

РЕЛИКТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Именно такая задача встала перед радиоастрономами, когда в 1965 г. было обнаружено, что из космоса со всех направлений идут слабые радиосигналы. Эти сигналы наблюдались при длине волны 7,35 см. Если считать, что наблюдался максимум в распределении Планка, то картина выглядела так, как буд-

то из космоса поступало излучение черного тела с температурой около 3 градусов Кельвина. Была высказана гипотеза, что это излучение обусловлено остатками бурных процессов, которые происходили во Вселенной, когда она была очень горячей. Более того, оказалось, что существование такого излучения было давно предсказано теоретиками, только об этом предсказании все успели забыть.

Если двигаться назад по времени, то плотность вещества во Вселенной возрастает; вместе с плотностью растет и энергия. В такой горячей Вселенной фотоны рождаются и исчезают, превращаясь в пары электрон—позитрон. Между всеми частицами существует тепловое равновесие.

Но Вселенная расширяется и энергии частиц падают. Этот эффект можно наблюдать и сейчас. Далекие объекты, квазары, галактики и их скопления посылают к нам излучение, длины волн которого сдвинуты в длинноволновую область по сравнению с теми же линиями в спектре тех же элементов на Земле (так называемое «красное смещение»). Отсюда можно заключить, что далекие объекты удаляются от нас, и это смещение спектральных линий есть результат эффекта Доплера. Скорость удаления, как это следует из теории, развитой А. А. Фридманом, пропорциональна расстоянию до светящегося объекта $v = HR$, где H — постоянная, называемая постоянной Хэббла, по имени астронома, который обнаружил этот эффект в 1927 г.

Постоянная Хэббла равна примерно $1,6 \cdot 10^{-18}$ с⁻¹. Таким образом, при расширении Вселенной средняя энергия частиц уменьшается, поэтому падает и температура всей нагретой смеси. Согласно закону Хэббла, длина волны излучения растет линейно с расстоянием, так что чем старше становится Вселенная, тем больше становится длина волны. С ростом длины волны энергия частиц падает, вместе с ней падает и температура.

Пока обмен энергией между квантами и остальным миром продолжает быть энергичным, температура всех частей системы остается, грубо говоря, одной и той же.

Но по мере остывания Вселенной и охлаждения вещества наступает такой момент, когда фотонам становится трудно сбрасывать свою энергию, так как образование пар прекратилось, а при обычном рассеянии кванты почти не теряют свою энергию. Это происходит

при температуре около $5 \cdot 10^9$ градусов. При дальнейшем охлаждении фотоны практически не теряют своей энергии из-за взаимодействия, но их длина волны все же продолжает уменьшаться с ростом размеров Вселенной. Так как частота убывает линейно, то средняя энергия, а с ней и температура фотонов убывает, как $1/R$, так что в этом процессе $VR = \text{const}$ или $TR = \text{const}$ или $T^3V = \text{const}$, где V — «объем», отвечающий радиусу R . Можно сказать, что энергия фотонов уменьшается при адиабатическом расширении Вселенной.

Вначале опыты не давали достаточно материала для проверки теории, потому, что в них измерения производились лишь на одной длине волны в области максимума. Но новые измерения подтвердили, что спектр излучения на самом деле достаточно хорошо согласуется с планковской кривой по обе стороны максимума.

Температура, отвечающая этой кривой, равна $2,7^\circ$. Сейчас почти не остается сомнений в том, что космический фон микроволнового излучения есть остатки тех фотонов, которые когда-то сыграли свою важную роль в процессе эволюции Вселенной. Так была измерена температура в космосе.

ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

Температура реликтового излучения — еще не самая удивительная из измеренных температур. Совсем фантастически выглядит история определения температуры черной дыры. Еще несколько лет тому назад выражение «температура черной дыры» могло казаться бессмысленным набором слов. Черная дыра, область пространства, куда безвозвратно падает окружающее вещество, не могла иметь температуры, так как, по определению, она ничего не излучает. Но это только казалось. Квантовая механика внесла здесь существенное изменение.

Как теперь хорошо известно, около небесного тела, радиус которого R не превышает его гравитационного радиуса $r_{\text{гр}} = 2\gamma M/c^2$ (M — масса небесного тела), происходят странные события. Все тела, находящиеся вблизи такого небесного тела (на расстоянии меньше $3r_{\text{гр}}$, если тело движется медленно), падают на него и ни при каких условиях (так считали!) не могут вырваться из огромного по величине поля тяжести. Для такого те-

ла выбрали мрачное имя — «черная дыра»¹². С поверхности такой черной дыры не могут выходить никакие сигналы или частицы. Если бы квант света был материальной частицей, двигающейся со скоростью c , к которой можно было применить уравнения классической механики, то выражение для радиуса горизонта черной дыры можно было найти, приравнявая квадрат второй космической скорости квадрату скорости света $2\gamma M/r_{\text{гр}} = c^2$. Примерно так в конце XVIII в. рассуждал Лаплас, который предсказал существование столь тяжелых звезд, что даже лучи света не смогут покинуть их поверхность.

Условия Лапласа можно вывести и более правильным способом. Это сделано в учебниках.

Квадрат второй космической скорости, как нетрудно сосчитать, равен $v^2 = 2\gamma M/r$.

Отсюда следует, что отношение v^2/c^2 можно записать как $r_{\text{гр}}/r$. Мы видим, что разделению пространства вокруг центрального тела на две области $r < r_{\text{гр}}$ и $r > r_{\text{гр}}$ можно сопоставить движение со скоростью меньше и больше скорости света (с точки зрения внешнего наблюдения). Ясно, что эти области должны быть отделены друг от друга в силу принципов специальной теории относительности.

Черные дыры, возможно, играют роль в тех областях Вселенной, где выделяется очень много энергии: квазарах, ядрах галактик. Есть основания считать, что двойная звезда XI в созвездии Лебедь имеет черную дыру в качестве темной компоненты. Однако все эти утверждения еще очень ненадежны и о них пока не стоит говорить более подробно.

ПАРАДОКС ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

Существование черной дыры само по себе парадоксально. Черные дыры ведут себя, как тело с температурой, равной абсолютному нулю, потому что с помощью черной дыры можно полностью превратить тепло в работу.

При падении на черную дыру тело может произво-

¹² Подробнее см.: Я. А. Смородинский. Тяготение. М., «Знание», 1975.

доть работу за счет энергии гравитационного притяжения к черной дыре. Можно показать, что эта работа достигает величины mc^2 (m — масса тела), когда тело приблизится к гравитационному радиусу черной дыры. Для этого процесса природа массы безразлична: нагретое тело, более тяжелое согласно теории относительности, и энергия теплового движения также может быть полностью превращена в работу, как и любая другая энергия. Это значит, что КПД, по Карно, будет равен 1, что соответствует нулевой температуре черной дыры. Возникает ситуация, очень напоминающая вечный двигатель второго рода, и уж во всяком случае возникает нарушение принципа Нернста. Такой парадокс должен был неминуемо навести на мысль, что черная дыра не может быть абсолютно холодным телом.

Решение парадокса надо было искать в термодинамических свойствах черной дыры. Первая догадка состояла в следующем.

Если черная дыра имеет температуру, отличную от абсолютного нуля, то она должна иметь и энтропию.

Если черная дыра сферически симметрична и незаряжена, то энтропия может зависеть только от массы. Но энтропия безмерна и «сделать» ее из массы нельзя. Мы сразу видим, что в классической термодинамике нет пути к решению задачи. По-видимому, нужно привлечь квантовую механику.

Решение задачи было придумано Бекенштейном. Внимание его привлекла одна теорема общей теории относительности. Теорема утверждала, что, какие бы процессы ни происходили в системе, в которой есть черные дыры, суммарная площадь их поверхностей может только увеличиваться. Эта очень общая теорема похожа на теорему о возрастании энтропии. Площадь, так же как энтропия, величина аддитивная. Поэтому был соблазн предположить, что энтропия черной дыры пропорциональна ее площади, $S \sim A$. Но как сделать энтропию безразмерной? Ответ на это можно было найти в системе единиц, предложенной еще в 1898 г. Планком.

ЕДИНИЦЫ ПЛАНКА

Как известно, в микромире нет своего масштаба длины. Из двух постоянных \hbar и c нельзя составить величину с размерностью длины или времени.

Для этого надо взять еще какую-либо массу. Тогда длину можно, например, составить так: \hbar/mc .

В общей теории относительности также нет масштаба длины, так как его нельзя составить из γ и c . Но если привлечь на помощь массу, то длину можно составить так: $\gamma m/c^2$.

Объединим теперь обе длины \hbar/mc и $\gamma m/c^2$, составив их геометрическое среднее $\sqrt{\frac{\hbar\gamma}{c^3}}$. При этом масса сократится. Это и есть единица длины, предложенная Планком.

После того как он ввел две фундаментальные постоянные \hbar и k , Планк заметил, что появилась возможность построить новую систему единиц, не связанную ни с какими эталонами. Это следующие единицы:

$$\begin{aligned} \text{длина } l_P &= (\gamma\hbar/c^3)^{1/2} = 5,110 \cdot 10^{-33} \text{ см,} \\ \text{время } t_P &= (\gamma\hbar/c^5)^{1/2} = 1,7016 \cdot 10^{-43} \text{ с,} \\ \text{масса } m_P &= (\hbar c/\gamma)^{1/2} = 6,189 \cdot 10^{-6} \text{ г,} \\ \text{частота } \omega_P &= (c^5/\hbar\gamma)^{1/2} = 0,5866 \cdot 10^{43} \text{ с}^{-1}, \\ \text{энергия } \epsilon_P &= (\hbar c^5/\gamma)^{1/2} = 0,5563 \cdot 10^{16} \text{ эрг,} \\ \text{температура } T_P &= \frac{1}{k} (\hbar c^5/\gamma)^{1/2} = 4,029 \cdot 10^{31} \text{ К.} \end{aligned}$$

Единицы Планка удобны при расчете таких систем, где существенны эффекты как квантовые, так и гравитационные.

Привлекая эти единицы, естественно предположить, что энтропия черной дыры должна иметь вид $S = \alpha A/l_P^2$, где коэффициент α надо вычислить как-то особо.

Зная энтропию, можно вычислить и температуру. Заменим площадь A ее выражением через гравитационный радиус $A = 4\pi r_{\text{гр}}^2 = 16\pi M^2/c^4$.

В этих обозначениях

$$S = 16\pi\alpha(M/m_P)^2.$$

Температура же будет

$$T = \frac{1}{32\pi\alpha} (m_P/M) T_P.$$

Оставалось теперь доказать, что такой температуре отвечает нечто реальное. Этого сделать, ограничиваясь методом термодинамики, нельзя.

Парадокс исчез окончательно, когда Хоукинг теоретически доказал, что вблизи черной дыры происходит рождение частиц. Неожиданным образом оказалось, что теорема о возрастании площади поверхности черной дыры перестает быть строгой и в действительности нарушается.

Присутствие очень большого отрицательного потенциала приводит к тому, что рождаются пары частиц или фотонов, так что их суммарная энергия из-за большого взаимодействия с черной дырой оказывается равной нулю. После рождения пары фотонов один из них уходит под горизонт в черную дыру, а второй за счет освободившейся энергии улетает на бесконечность. Результатом этого процесса будет уменьшение массы черной дыры (а значит и ее поверхности) за счет отрицательной энергии притяжения фотона и черной дыры и излучение эквивалентной энергии в форме новых фотонов.

Вычисление показывает, что если волна с частотой ω содержит несколько квантов, то отношение вероятности того, что это число при прохождении вблизи черной дыры увеличится на единицу, к вероятности того, что оно на единицу уменьшится, оказывается равным

$$\exp \left(\frac{2\pi\omega c}{\kappa} \right) = \exp \left(\frac{4\pi^2\nu c}{\kappa} \right),$$

где κ — ускорение поля тяжести на расстоянии $r_{\text{гр}}$. В обычных единицах

$$\kappa = \frac{\gamma M}{r_{\text{гр}}^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{m_P}{M} \cdot \frac{l_P}{t_P^2}.$$

Мы видели, что для черного тела со спектром Планка то же отношение равно

$$\exp \frac{\hbar\nu}{kT}.$$

Отсюда можно заключить, что черная дыра будет излучать фотоны, спектр которых будет иметь планковскую форму. Сравнение с формулой Планка дает

$$T = \frac{\kappa \hbar}{2\pi c k} = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{1}{M} m_P T_P.$$

Сравнение с формулой, полученной из размерных соображений, позволяет установить, что постоянная $\alpha = 1/4$.

После этого энтропия и температура черной дыры имеют вид

$$S = 4\pi \left(\frac{M}{m_P} \right)^2 = 4\pi M^2 \text{ (в единицах Планка),}$$

$$T = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{1}{M} m_P T_P = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{1}{M} \text{ (в единицах Планка).}$$

Таким образом, черная дыра излучает как идеальное черное тело (неожиданно реализованное в космосе с очень большой точностью).

Черная дыра должна излучать по закону Стефана—Больцмана поток энергии

$$\sigma T^4 = \frac{1}{60 \cdot 8^4 \pi^2 M^4} \cdot T^4 \text{ (в единицах Планка).}$$

В этой формуле полагается еще внести поправку на прозрачность, т. е. учесть, что не все кванты могут уйти на бесконечность. Правильная формула для уменьшения энергии черной дыры за счет излучения имеет вид

$$-\frac{dM}{dt} = \frac{1}{10\pi 8^4} \cdot \frac{1}{M^2} \text{ (в единицах Планка).}$$

Слева стоит уменьшение массы (или энергии) черной дыры.

Обращает на себя внимание очень маленький коэффициент в этой формуле: простые соображения размерности здесь привели бы к огромной ошибке.

ГИБЕЛЬ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

Температура черной дыры — понятие все же не точное. Температура черной дыры растет с уменьшением массы, но рождение пар приводит к уменьшению массы, а следовательно, и к повышению температуры. Это значит, что черная дыра — образование неустойчивое, ее температура растет со временем. С ростом температуры интенсивность излучения увеличивается, и температура возрастает еще больше. В конце концов черная дыра должна сгореть совсем.

Расчет времени сгорания не сложен. Несколько огрубляя схему, можно воспользоваться для этого форму-

лой Стефана—Больцмана для излучения с единицы поверхности черной дыры и умножить результат на площадь поверхности.

Ответ получается такой. Время жизни черной дыры с массой M

$$\tau = 2 \cdot 10^{-27} M^3.$$

Из этой формулы видно, что для $M = 10^{15}$ г, время жизни $\tau = 2 \cdot 10^{18}$ с, что примерно равно возрасту Вселенной. Для больших масс время жизни возрастает.

Черные дыры с массой порядка массы Солнца (10^{33} г) имеют практически бесконечное время жизни. Температура таких черных дыр будет очень мала. Формулу для температуры можно написать так (M — в граммах, T — в кельвинах).

$$T = 10^{26}/M,$$

при $M = 10^{33}$, $T = 10^{-7}$ К. Черная дыра с массой около 10^{26} г будет иметь $T = 1$ и находиться в равновесии с реликтовым излучением.

Идея об излучении черных дыр вернула, хотя бы в принципе, замкнутость нашей модели Вселенной. Вещество не исчезает навсегда из нашего мира, а возвращается обратно в форме излучения.

НОВЫЙ ПАРАДОКС

Парадокс возникает, когда мы попытаемся проследить за последним этапом сгорания черной дыры. Излучение черной дыры состоит в основном из фотонов. Когда температура достигает примерно 10^{10} К, в излучении появляются электроны и позитроны.

Температура 10^{10} К отвечает массе 10^{16} г. По-видимому, вплоть до таких размеров барионный заряд (число нуклонов) черной дыры сохраняется. Вопрос состоит в том, что происходит с барионным зарядом дальше. Если он не сохраняется, то проблемы нет. Черная дыра сгорит, и барионный заряд Вселенной уменьшится. Черная дыра представляется тогда неким механизмом, который «перерабатывает» тяжелые частицы в излучение. Такое решение выглядит странно. Вряд ли это может быть на самом деле.

Если же барионный заряд сохраняется, то не понятно, какова будет судьба остатка черной дыры с огром-

ным барионным зарядом и малой массой. По-видимому, свойства такой системы не могут быть описаны без новых идей.

Термодинамика, примененная к черным дырам, неожиданно привела к очень глубоким новым проблемам.

На этом мы расстанемся с космосом и вернемся к земным явлениям. Расскажем о том, где еще появляется понятие «температура».

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Всем известно броуновское движение. Оно было открыто в 1827 г. английским ботаником Броуном. Броун в своей статье 1828 г. описал беспорядочное движение маленьких пылинок в жидкости, наблюдаемое в сильный микроскоп.

Интересно, что это явление было очень быстро связано с движением молекул внутри жидкости, но потом почему-то эта точка зрения была отвергнута, и даже в начале нашего века броуновское движение связывали с потоками в жидкости.

В 1905 г. в энциклопедическом словаре Брокгауза и Эфрона было написано «Долгое время многие думали, что явление обусловливается действительным молекулярным движением внутри жидкости. Такого мнения придерживался еще в 1863 г. Винер. Но тотчас же после открытия явления высказывались и другие взгляды на причину его...» Так что от проблемы броуновского движения предпочитали отворачиваться. Поэтому, когда в этом же году появилась работа Эйнштейна «О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц», в ней не было даже ссылки на броуновское движение. Теория, собственно, броуновского движения содержалась лишь в публикации следующего года.

Суть теории броуновского движения состоит в том, что в тепловом равновесии (в классической кинетической теории газов) все степени свободы следуют на равных основаниях закону равнораспределения.

Движение пылинки в жидкости также должно принимать участие в равнораспределении энергии.

Рассматривая пылинку — шарик с радиусом R , движущуюся в жидкости с коэффициентом трения k , Эйнштейн получил формулу для среднего квадрата ее смещения

$$\Delta^2 = \frac{kT}{3\pi kR}.$$

Пылинка может служить термометром, причем для измерения отношения температур не надо знать даже значения k .

Нетрудно получить аналогичную формулу, например, для шарика, который закреплен на невесомой пружинке с коэффициентом упругости K .

Приравнявая среднюю потенциальную энергию шарика $kT/2$

$$\frac{1}{2} \langle \alpha x^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{1}{2} kT,$$

получим для среднего квадрата смещения $\langle x^2 \rangle_{\text{ср}} = kT/\alpha$. Приделайте сбоку от шарика шкалу — и термометр готов!

ОХЛАЖДЕНИЕ ПУЧКА ПРОТОНОВ

Неожиданно и очень эффектно понятие температуры было использовано в идее создания протонных и антипротонных пучков, высказанной Г. Будкером.

Обсуждая происхождение космических лучей, Ферми рассматривал возможность ускорения частиц хаотически движущимися магнитными полями в космосе. Возник вопрос, будут ли частицы ускоряться или замедляться, пролетая такие магнитные облака. В статье Ферми по этому поводу написано: «Рассмотрим теперь быструю частицу, движущуюся среди таких блуждающих магнитных полей. Если этой частицей является протон с энергией несколько БеВ, то он будет двигаться вокруг силовой линии по спирали с радиусом около 10^{12} см до тех пор, пока не произойдет «соударение» с неоднородностью магнитного поля. При этом протон отражается несколько беспорядочным образом: в результате соударения может произойти как выигрыш, так и потеря энергии. Однако выигрыш энергии более вероятен, чем потеря. К этому выводу легче всего прийти, если заметить, что в конечном счете должно установиться статистическое распределение между степенями свободы блуждающих полей и степенями свободы частицы. Ясно, что равномерное распределение (по степеням свободы) со-

ответствовало бы невообразимо высокой энергии...» Далее обсуждаются причины, которые не дадут установиться полному статистическому тепловому равновесию. Красивое рассуждение, основанное на аналогии с выравниванием температуры, позволило просто получить качественное решение трудной задачи.

Похожие рассуждения привели Г. Будкера к идее, которую сейчас проверяют на ускорителях.

Пучок протонов, получаемый на ускорителе, состоит из частиц, импульсы которых сильно разбросаны по направлениям. Это значит, что у частиц существует случайно распределенный поперечный импульс, причем ширина этого распределения довольно велика.

Распределение поперечных импульсов можно характеризовать некоторым подобием температуры. Чем больше разброс, тем больше «поперечная» температура пучка.

Идея состояла в том, чтобы вместе с пучком протонов и в смеси с ним направить пучок электронов. Пучок электронов может быть сделан с очень малым разбросом поперечных импульсов, т. е. пучок электронов имеет низкую «поперечную» температуру.

Из сказанного ясно, что в таких условиях пучок протонов будет охлаждаться, а электронный пучок — нагреваться. Разброс поперечных скоростей протонов будет уменьшаться. Это заключение можно было сделать, совсем не занимаясь подробностями процессов взаимодействия протонов и электронов.

Такой способ коллимирования пучка протонов обещает быть эффективным. Но если для протонов метод охлаждения может сильно упростить работу по созданию хороших пучков, то для антипротонов без охлаждения вообще не видно путей к созданию такого пучка, пригодного для опытов.

Холодильник Будкера представляет собой самый удивительный из холодильников.

ДЕМОН МАКСВЕЛЛА

Еще один старый парадокс хорошо иллюстрирует соотношение между статистикой и механикой. В термодинамике все было ясно: процессы идут так, что энтропия возрастает, и никакого способа нарушить этот закон нет. Но если на атомы и молекулы ве-

щества смотреть как на материальные точки, которые подчиняются законам механики, справедливость закона возрастания энтропии становится по меньшей мере подозрительной. Раз уж можно смешать порцию атомов, движущихся быстро (высокая температура), с атомами, движущимися медленно (низкая температура), и получить систему атомов, движущихся так, что их распределение описывается распределением Максвелла с некоторой средней температурой, то почему нельзя сделать и обратную процедуру — разделить каким-то образом быстрые и медленные атомы? Механике такая затея никак не противоречит. Мы видели, как квантовая механика позволяет уменьшить площадь поверхности черной дыры, операцию строго запрещенную в теории относительности. Может быть, обычная механика позволит как-то обойти суровое второе начало термодинамики?

Проблема лучше всего выясняется, если призвать на помощь демона Максвелла.

Вообразим себе маленькое существо, которое может видеть атомы. Посадим такого демона в ящик с газом и, устроив в стенке ящика маленькое отверстие с дверцей, научим демона искусству швейцара: открывать и закрывать дверцу. Попросим его открывать дверцу, когда к ней подлетает быстрый атом, давая атому вылететь, и закрывать ее, когда к дверце подлетает атом медленный. Какой атом считать быстрым и какой медленным — предоставим ему решить самому. Наделим только его возможностью очень быстро измерять скорость подлетающих атомов. Через некоторое время обнаружится, что средняя скорость атомов в ящике уменьшилась — газ охладился. Работа демона привела к нужному результату.

Однако результат этот не противоречит и термодинамике. Если бы мы без всякого швейцара просто открыли дверцу, то быстрые атомы вылетели бы сами по себе в большем количестве, так как таких атомов больше подлетает к дверце; атомы с очень маленькой скоростью вообще не подходили бы к дверце. Газ при расширении в пустоту охлаждается: это известно и из термодинамики.

Чтобы получить новый результат, надо изменить инструкцию, данную швейцару.

Надо просить его открывать дверцу перед медленными молекулами и закрывать перед быстрыми. В этом

случае газ в ящике будет не охлаждаться, а нагреваться.

С помощью демона таким образом можно построить простой прибор для нагревания, который не потреблял бы никакой энергии. Такой прибор просто делил бы газ на две части с разной температурой, но с той же суммарной энергией. Такой вечный двигатель второго рода ничуть не хуже «нормального» вечного двигателя. Он так похож на обычный вечный двигатель, что имеет с ним даже общий недостаток — он так же неосуществим.

Ясно, что дело в демоне и что ему приписаны какие-то свойства, противоречащие законам физики. Парадокс был разрешен Силларом в 1928 г. Прежде всего выясним, какой величины должен был быть демон, по сравнению с размерами молекул. Попробуем предположить, что он маленький, так чтобы он мог различать каждую молекулу. Если его размеры сравнимы с размерами молекулы, то он будет совершать броуновское движение и в его системе координат (скорость которой хаотически будет изменяться) нельзя отличить быстрых молекул от медленных: он все время будет ошибаться и не сможет выполнить задание правильно. Значит надо допустить, что демон большой и тяжелый, так чтобы скорости, получаемые им от удара атомов, были очень малы. Но тогда нас ждет другая неприятность. О неподвижного демона будут ударяться молекулы и нагревать его до тех пор, пока его температура не станет равной температуре газа. После того как это случится, приток энергии от газа к демону прекратится, а с ним исчезнет и возможность получения какой-либо информации о газе. Демон будет сам излучать, как черное тело, и «ослепнет». Чтобы какой-либо прибор или орган демона мог группировать атомы по скорости, он должен на время охлаждаться (в идеале находиться почти при абсолютном нуле).

На охлаждение надо затрачивать внешнюю работу. Количество этой работы компенсирует (и даже превышает) тот выигрыш, который можно получить за счет создания разности температур.

Мораль состоит в том, что никакое механическое приспособление не может помочь в преодолении ограничений, накладываемых общим законом возрастания энтропии. Стоит только удивляться, как было возможно 150

лет назад открыть закон, смысл которого стал ясен только другим поколениям ученых. Впрочем, история термодинамики полна таких необычайных открытий.

ФЛЮКТУАЦИИ

Не следует все же думать, что кинетическая теория и статистическая физика ничего не добавили к термодинамике. С точки зрения классической термодинамики температура во всех точках газа одна и та же. В статистической картине так быть не может. Атомы все время меняют свои места, а сталкиваясь, изменяют и свои скорости. Поэтому средняя энергия атомов не может быть все время одной и той же. Она должна изменяться — флуктуировать. Почему же мы все время считаем, что температура постоянна? Ответ дает формула кинетической теории. Для одноатомного газа средняя квадратичная флуктуация энергии, т. е. средний квадрат отклонения энергии от равновесной, равна

$$(\Delta E)^2_{\text{ср}} = \frac{3}{2} N (kT)^2,$$

где N — число атомов. Так как $\frac{3}{2} kT$ есть средняя энергия одного атома $E_{\text{ср}}$, то

$$\frac{(\Delta E)^2_{\text{ср}}}{E^2} = \frac{2}{3} N.$$

Эта величина мала, если N велико. Так, если мы хотим, чтобы температура была постоянна с относительной точностью 10^{-8} , то надо измерять ее в объеме, в котором было бы не меньше 10^{16} атомов, что при нормальных условиях составляет около 1 см^3 газа. Таким образом, мы видим, что нельзя очень точно измерять температуру в очень малом объеме газа. Несколько неожиданно, что этот объем оказывается достаточно заметным.

Могло бы показаться, что можно использовать флуктуации вместо демона Максвелла, надо просто подождать, пока в двух частях сосуда возникает из-за флуктуаций разность температур, после чего разделить газ какой-либо перегородкой. Способ вполне реальный, но анализ показывает, что для того, чтобы зарегистрировать разность температур в двух половинках сосуда, надо либо потратить времени больше, чем существует

флюктуация (а флюктуации по определению не предсказуемы), либо надо потратить энергию, превышающую ожидаемый выигрыш. И здесь пути к обходу второго закона термодинамики перекрыты.

На этом мы и окончим примеры не совсем обычного применения понятия температуры.

Яков Абрамович Смородинский

ТЕМПЕРАТУРА

Главный отраслевой редактор *В. П. Демьянов.*

Редактор *К. А. Кутузова.*

Младший редактор *Т. И. Полякова.*

Обложка *М. А. Дорохова.*

Художественный редактор *М. А. Гусева.*

Технический редактор *Л. А. Кирякова.*

Корректор *А. А. Пузакова.*

Т-17024. Индекс заказа 74011. Сдано в набор 29.VIII 1977 г. Подписано к печати 19.X 1977 г. Формат бумаги 84×108¹/₃₂. Бумага типографская № 1. Бум. л. 1,0. Печ. л. 2,0. Усл. печ. л. 3,36. Уч.-пзд. л. 3,33. Тираж 49 790 экз. Издательство «Знание». 101835, Москва, Центр, проезд Серова, д. 4. Заказ 1529. Типография Всесоюзного общества «Знание». Москва, Центр, Новая пл., д. 3/4.
Цена 11 коп.